

UNIVERSITÉ

DE

DIJON

FACULTÉ DES SCIENCES

LABORATOIRE DE RADIOÉLECTRICITÉ
ET D'ÉLECTRONIQUE

THESE

présentée à la

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE DIJON

pour obtenir le titre de

DOCTEUR-INGÉNIEUR

Mention : Sciences Physiques



Source hyperfréquence de haute stabilité à asservissement de phase et wobulateur associé Application à un spectromètre vidéo

par

Jean-Michel CANNARD

D E A d'Électronique
Ingénieur I N S A



Soutenue le 26 mars 1971 devant la Commission d'Examen



MM. BOUCHARD J.. *Président*

CACHON P. ... *Examineur*

CHANUSSOT J. *Examineur*

FAGOT J. *Examineur invité*

Dijon 1971

N° d'ordre 108
C. N. R. S. : n° A.O. 4839

THESE

présentée à la

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE DIJON

pour obtenir le titre de

DOCTEUR-INGÉNIEUR

Mention : Sciences Physiques



Source hyperfréquence de haute stabilité à asservissement de phase et wobulateur associé Application à un spectromètre vidéo

par

Jean-Michel CANNARD

D E A d'Électronique
Ingénieur I N S A



Soutenue le 26 mars 1971 devant la Commission d'Examen



MM. BOUCHARD J.. *Président*
CACHON P. .. *Examineur*
CHANUSSOT J. *Examineur*
FAGOT J. *Examineur invité*

THESE

présentée à la

FACULTE DES SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE BRUXELLES

pour obtenir le titre de

DOCTEUR-INGENIEUR

Mention : Sciences Physiques

Source hyperfréquence de haute stabilité à asservissement de phase et wobulateur associé Application à un spectromètre vidéo

Jean-Michel CANNARD

DE A d'Electronique
Ingénieur N.S.A.



Soutenue le 26 mai 1971 devant la Commission d'Examen

MM. BOUCHARD J. Président
CACHON P. Examinateur
CHAUSSOT J. Examinateur
FAGOT L. Examinateur invité



Digitized by the Internet Archive
in 2026

Professeurs

M. D'ORGEVAL DUBOUCHET	Professeur de Mécanique
M. BOUCHARD Jean	" Physique
M. ARNAL Claude	" Physiologie Végétale
M. TIROUFLET Jean	" Chimie
M. ARBAULT Jean	" Mathématiques
M. BARRET Pierre	" Chimie
M. CLEMENT Guy	" Physiologie Animale
M. HUSSON Roger	" Biologie Générale
M. BARON Christian	" Biochimie
M. NOIROT Charles	" Zoologie
M. HENRY Pierre	" Botanique Appliquée
M. PIGEAUD Pierre	" Mathématiques
M. TINTANT Henri	" Géologie
Mme WATELLE Ginette	" Chimie
M. GODEFROY Lucien	" Physique
M. MORET-BAILLY Jacques	" Physique
M. PERSON Maurice	" Chimie

Professeurs à titre personnel

M. RAT Pierre	" Géologie
M. CHAUDONNERET Jean	" Biologie Générale
M. VERNIER Pierre	" Physique
M. FOURNARI Pierre	" Chimie
M. LENEUF Noel	" Géologie
M. BUGNON François	" Botanique

Professeurs sans chaire

M. CACHON Pierre	" Physique
Mme GODEFROY Geneviève	" Physique
M. GUYOT Michel	" Biologie Végétale
M. JOUBERT Gérard	" Mathématiques
Mme MORET-BAILLY Françoise	" Mathématiques
M. FEUILLEE Pierre	" Géologie
M. BEZARD Jean	" Physiologie Animale

Maitres de Conférences

Mle LEROY Yveline	" Psycho-Physiologie
M. COLSON Jean Claude	" Chimie
M. GUILLOT Jean Claude	" Mathématiques

M. PARIS Michel	"	Chimie
M. PAUTY Michel	"	Physique
M. REMOISSENET Michel	"	Physique
M. COQUET Etienne	"	Physique

Professeurs Honoraires

M. LAGRANGE
M. CIRY

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Radio-électricité et Electronique de la Faculté des Sciences de Dijon. Je voudrais remercier son directeur, Monsieur le Professeur BOUCHARD, pour les conseils qu'il m'a prodigués tout au long de cette étude et pour avoir accepté de présider ce jury.

Je voudrais également remercier Monsieur FAGOT, Directeur du Bureau Scientifique de la Compagnie Française Thomson-Houston, Professeur à l'Ecole Supérieure d'Electricité, et Monsieur le Professeur CACHON de s'être intéressés à mes travaux et d'avoir accepté d'être membres de ce jury, de même que Monsieur CHANUSSOT, Maître-Assistant à la Faculté des Sciences, dont les connaissances étendues dans le domaine de la Spectroscopie Hertzienne m'ont été souvent fort utiles.

Enfin, je n'oublierai pas de mentionner mes collègues du Laboratoire et le personnel technique du Département de Physique de la Faculté des Sciences pour l'aide efficace qu'ils m'ont apportée, tout particulièrement Mme PITOIZET qui s'est chargée de la tâche ardue de la dactylographie.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

A - Rappels théoriques sur l'asservissement en phase d'un oscillateur

- I Equations fondamentales de l'asservissement en phase
- II Etude des boucles du second ordre
- III Régimes définitifs et régimes transitoires d'une boucle du second ordre
- IV Plages d'accrochage et de décrochage de l'asservissement
- V Comportement d'un asservissement en phase vis à vis du bruit

B - Réalisation d'un wobulateur microonde

- I Généralités
- II Principe de fonctionnement d'un wobulateur microonde
- III Réalisation des multiplicateurs de fréquence
- IV Réalisation de l'asservissement du klystron relais
- V Le système de wobulation et de mesure de fréquence

C - Stabilité et spectre de fréquence de la source wobulée Calcul de la précision théorique des mesures de fréquence

- I Performances d'une source microonde asservie
- II Etude des perturbations dégradant les performances de la source asservie
- III Précision théorique des mesures réalisées.

D - Application à la spectrométrie hertzienne

- I Précision expérimentale des mesures de fréquence
- II Amélioration de la définition des raies noyées dans le bruit
- III. Conclusion

ANNEXES

DOSSIER TECHNIQUE

INTRODUCTION

Dans le cadre du laboratoire de Radioélectricité de la Faculté des Sciences de Dijon, on étudie actuellement les spectres de rotation en ondes millimétriques des gaz à symétrie C_{4v} , particulièrement ceux du monochloropentafluorure de soufre.

L'appareillage utilisé jusqu'alors pour la mesure des fréquences de transition de ces gaz était un spectromètre hertzien vidéo $[CH\bar{A}]$. Dans ce type de spectromètre, la puissance microonde est fournie par un klystron wobulé et l'ensemble de mesure de fréquence est indépendant. L'utilisation de ce spectromètre montre que ses performances sont limitées principalement par les imperfections des sources hyperfréquences: instabilité et bruit en fréquence des klystrons. L'identification correcte des raies de transition impose en effet au signal microonde une modulation de fréquence dont la grande amplitude de l'excursion (40 MHz) affecte beaucoup la précision sur le pointé des raies. La dispersion sur les mesures de fréquence qui en résulte (100 kHz) est d'autant plus importante que les raies sont de plus faible intensité. Enfin dans le cas de transitions noyées dans le bruit, l'action des supprimeurs de bruit est peu efficace en raison des difficultés rencontrées dans leur synchronisation.

Dans le but d'améliorer les performances de ce spectromètre, nous nous sommes proposé d'étudier des sources plus élaborées dont les spécifications seraient mieux adaptées aux exigences de la spectrométrie hertzienne. L'idée d'un wobulateur à haute définition de fréquence synchronisé sur un pilote à quartz a été retenue car elle présente l'avantage de fournir une source ayant des caractéristiques en fréquence intéressantes et à laquelle il est possible d'adjoindre un système simple de mesure de fréquence. Plus précisément, on veut disposer d'un générateur dont la fréquence instantanée soit toujours définie et connue avec une très grande précision, dont le spectre de fréquence soit dépourvu de composante de bruit, qui enfin permette une synchronisation aisée d'éventuels systèmes de traitement du signal.

Aux longueurs d'onde de 8 et 4 mm, nous avons donc réalisé un wobulateur fournissant une modulation de fréquence du signal autour d'une radiofréquence centrale synthétisée et asservie en phase sur un pilote à quartz de haute stabilité.

Dans une première partie, ce mémoire rappelle donc les principaux résultats de la théorie de l'asservissement en phase. Une seconde partie est consacrée à la description du wobulateur et du système de mesure de fréquence associé. On donne notamment les paramètres et les caractéristiques des asservissements et circuits de wobulation réalisés. Puis nous étudions l'appareillage

du point de vue de la stabilité en fréquence et du spectre de puissance des signaux ce qui conduit à une estimation théorique de la précision des mesures de fréquence autorisée par l'appareillage. La dernière partie traite de l'utilisation du wobulateur comme source du spectromètre en usage au laboratoire. On y donne des résultats qui permettent de définir la précision expérimentale des mesures et de conclure quant à l'amélioration qu'apporte le wobulateur aux performances d'un spectromètre hertzien.

A - RAPPELS THEORIQUES SUR L'ASSERVISSEMENT EN PHASE D'UN OSCILLATEUR

I - Equations fondamentales de l'asservissement en phase

- I.1. Phase et pulsation instantanée
- I.2. Principe de l'asservissement en phase d'un oscillateur
- I.3. Equation différentielle d'un asservissement en phase
- I.4. Fonction de transfert d'un asservissement en phase
- I.5. Asservissement en phase à deux références

II - Etude des boucles du second ordre

- II.1. Boucle du 2ème ordre avec filtre passe-bas
- II.2. Boucle du 2ème ordre avec filtre à compensation intégrale de phase
- II.3. Lieu d'Evans d'une boucle du second ordre à filtre passif

III - Régimes définitifs et régimes transitoires d'une boucle du second ordre

- III.1. Rappels théoriques
- III.2. Erreurs définitives dues aux diverses entrées typiques de phase et de fréquence
- III.3. Erreurs permanentes pour une entrée modulée en fréquence
- III.4. Réponse transitoire de la boucle à un échelon de fréquence

IV - Plages d'accrochage et de décrochage de l'asservissement

- IV.1. Plage de maintien
- IV.2. Plages de décrochage
- IV.3. Plage d'accrochage

V - Comportement d'un asservissement en phase vis à vis du bruit

- V.1. Amélioration du rapport signal sur bruit de l'entrée
- V.2. Amélioration du spectre de bruit de l'oscillateur
- V.3. Bande de bruit d'une boucle à filtre passif

RAPPEL des Principales Notations

On notera en lettres minuscules les grandeurs fonction du temps, en majuscules leurs transformées de Laplace.

$\theta_e(t)$	phase du signal d'entrée
$\omega_e(t)$	pulsation instantanée du signal d'entrée
$\theta_s(t)$	phase du signal de sortie
$\omega_s(t)$	pulsation instantanée du signal de sortie
$\theta_\xi(t)$	phase d'erreur de l'asservissement
K_v	gain statique de l'asservissement
K_d	gain de comparateur de phase
K_m	sensibilité de modulation de l'oscillateur à asservir
$F(p)$	fonction de transfert des réseaux correcteurs
$KG(p)$	fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement
$H(p)$	fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement
ω_n	fréquence de résonance de l'asservissement
ξ	amortissement de l'asservissement
$\theta_{ne}(t)$	phase de bruit du signal d'entrée
$\theta_{ns}(t)$	phase de bruit de l'oscillateur asservi
$\theta_{nl}(t)$	phase de bruit de l'oscillateur libre
$(SNR)_e$	rapport signal sur bruit du signal d'entrée
$(SNR)_s$	rapport signal sur bruit du signal de sortie

La théorie de l'asservissement en phase d'un oscillateur a été décrite pour la première fois par LABIN [LAB]. Nous ne rappellerons que les principaux résultats utiles à la réalisation de l'asservissement d'un oscillateur microonde : équations fondamentales de l'asservissement, régimes définitifs pour des entrées typiques. Nous donnerons ensuite les résultats relatifs à l'acquisition de l'accrochage, puis le comportement de l'asservissement vis à vis du bruit.

I - EQUATIONS FONDAMENTALES DE L'ASSERVISSEMENT EN PHASE

I.1 - Phase et pulsation instantanées

Soit un signal sinusoïdal d'expression :

$$v = V_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

Nous désignons par $\theta(t) = \omega t + \varphi$ sa phase à l'instant t et par

$$\omega = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad \text{sa pulsation instantanée.}$$

I.2 - Principe de l'asservissement en phase d'un oscillateur

Soit un oscillateur caractérisé par sa phase $\theta_s(t)$, susceptible d'être contrôlé en fréquence par une tension de modulation et un signal de référence ou signal d'entrée, de phase $\theta_e(t)$, un asservissement en phase est un servomécanisme qui asservit la phase de l'oscillateur à celle du signal d'entrée.

Le schéma de principe en est donné par la figure (A1).

Un comparateur de phase élabore une tension d'erreur, fonction de l'écart de phase entre la fréquence de référence et la fréquence de l'oscillateur à asservir. Cette tension d'erreur est appliquée à l'organe de modulation de l'oscillateur par des réseaux correcteurs appropriés.

1.3 - Equation différentielle d'un asservissement en phase

Nous supposons que les signaux de la référence et de l'oscillateur sont sinusoidaux, de pulsations respectives ω_e et ω_s , que le comparateur de phase a une réponse sinusoidale. Nous désignons par K_v le gain de l'ensemble comparateur de phase et modulateur, par $\Delta\omega$ l'écart entre la pulsation de la référence et celle de l'oscillateur libre.

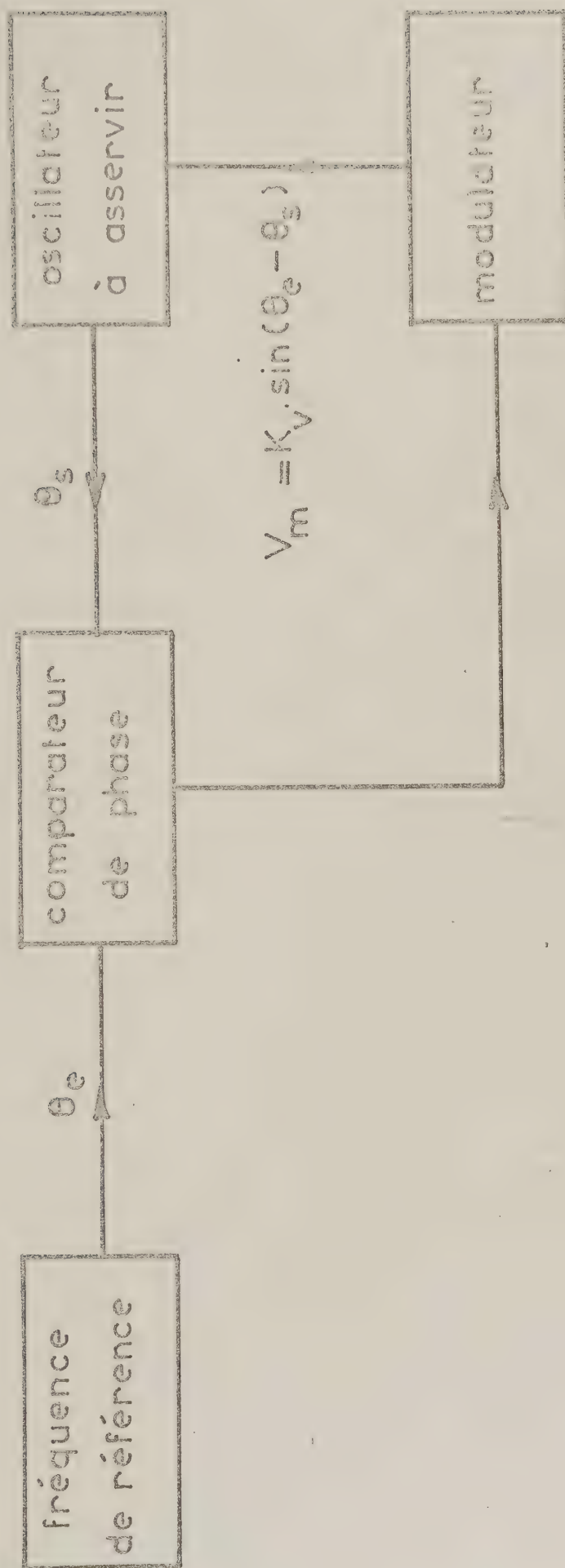
L'écart de pulsation instantanée entre la référence et l'oscillateur est alors :

$$\frac{d(\theta_e - \theta_s)}{dt} = \Delta\omega - K_v \sin(\theta_e - \theta_s)$$

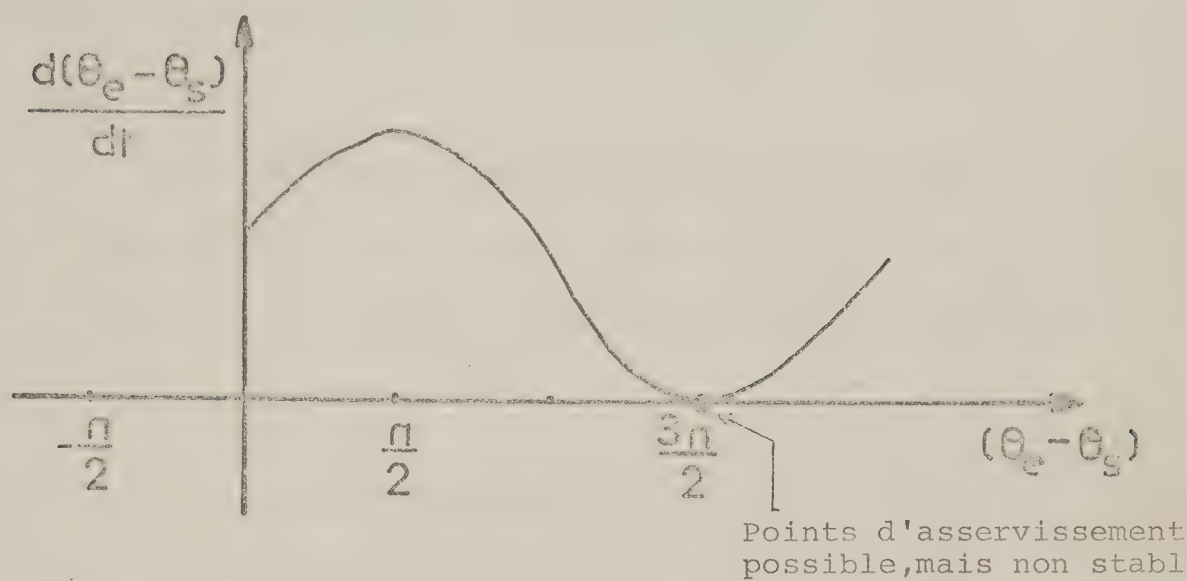
La condition d'asservissement $\frac{d(\theta_e - \theta_s)}{dt} = 0$ montre que l'asservissement n'est possible que si : $K_v \geq |\Delta\omega|$. L'examen des courbes $\frac{d(\theta_e - \theta_s)}{dt} = f(\theta_e - \theta_s)$ précise que (Fig A2):

a) $K_v = |\Delta\omega|$ correspond à un asservissement théoriquement possible, pratiquement instable.

FIG A1



a) $K_v = \Delta\omega$: Asservissement théoriquement possible



b) $K_v > \Delta\omega$: Asservissement possible

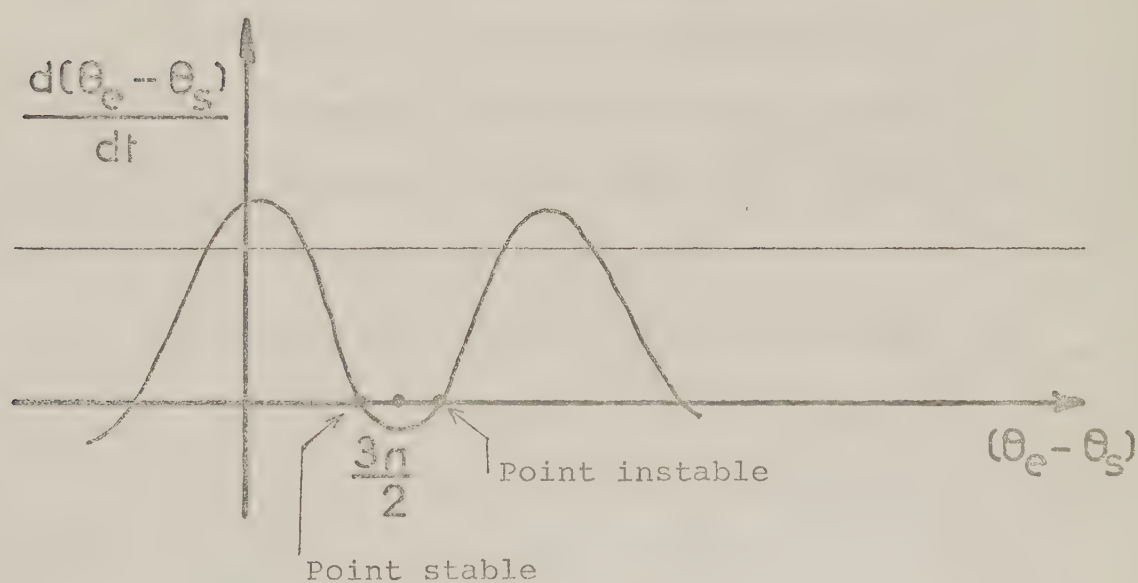


FIG A2

b) $K_v > |\Delta\omega|$ correspond à un asservissement pratiquement réalisable, les zéros de $\frac{d(\theta_e - \theta_s)}{dt}$ tels que $\frac{d^2(\theta_e - \theta_s)}{dt^2} < 0$ étant stables.

Une solution particulière de l'équation différentielle avec second membre donne le régime définitif. L'erreur de position sur la phase θ_v résultant d'un défaut de synchronisme initial $\Delta\omega$ s'écrit : $\theta_v = \pm \arcsin \frac{\Delta\omega}{K_v}$

L'équation différentielle de l'asservissement reste cependant insuffisante pour en définir les principaux paramètres qui exigent l'étude des fonctions de transfert.

I.4 - Fonction de transfert d'un asservissement en phase

I.4.1. Fonction de transfert relative à la phase

La figure(A3) représente le diagramme de base d'un asservissement en phase. On calcule la fonction de transfert

$$H(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)} \quad \text{en supposant que le comparateur de phase a une}$$

réponse linéaire : $V_d = K_d (\theta_e(t) - \theta_s(t))$

Le gain K_d du comparateur de phase, indépendant de la fréquence est aussi la fonction de transfert du comparateur.

Désignons par $F(p)$ la fonction de transfert des réseaux correcteurs et, si K_m est le taux de modulation de l'oscillateur à asservir, par $\frac{K_m}{p}$ la fonction de transfert du modulateur.

Il vient alors :

$$\mathcal{N}_s(p) = \frac{K_m}{p} F(p) \cdot K_d \left[\mathcal{N}_e(p) - \mathcal{N}_s(p) \right]$$

La fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement est donc :

$$\frac{\mathcal{N}_s(p)}{\mathcal{N}_e(p)} = KG(p) = \frac{K_m}{p} F(p) \cdot K_d = K_v \frac{F(p)}{p}$$

Les équations fondamentales de la boucle relativement à la phase sont donc :

$$\frac{\mathcal{N}_s(p)}{\mathcal{N}_e(p)} = K_v \frac{F(p)}{p} \quad \frac{\mathcal{N}_e(p)}{\mathcal{N}_e(p)} = \frac{p}{p + K_v \cdot F(p)}$$

et la fonction de transfert en boucle fermée :

$$H(p) = \frac{\mathcal{N}_s(p)}{\mathcal{N}_e(p)} = \frac{K_v \cdot F(p)}{p + K_v \cdot F(p)}$$

C'est la présence d'une intégration dans la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement $KG(p)$ qui lui confère ses propriétés particulières .

1.4.2. Fonction de transfert relative à la fréquence

Par définition de la pulsation instantanée, nous avons :

$$\omega = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad \text{ou} \quad \Omega(p) = p \cdot \mathcal{N}(p) - \theta_{(0+)}$$

soit avec des conditions particulières :

$$\Omega_e(p) = p \cdot \mathcal{N}_e(p)$$

$$\Omega_s(p) = p \cdot \mathcal{N}_s(p)$$

FIG A3

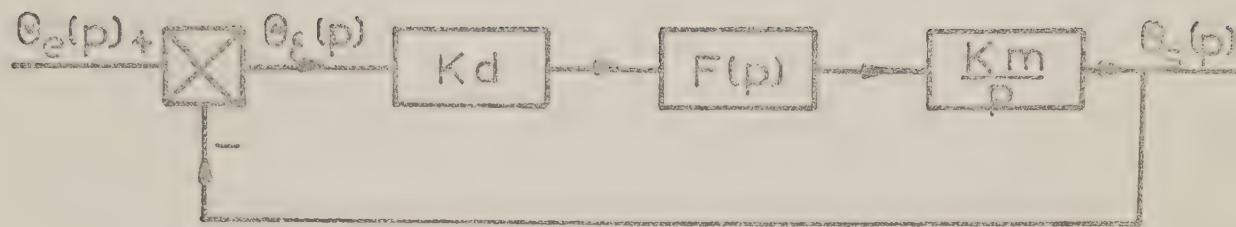


FIG A4

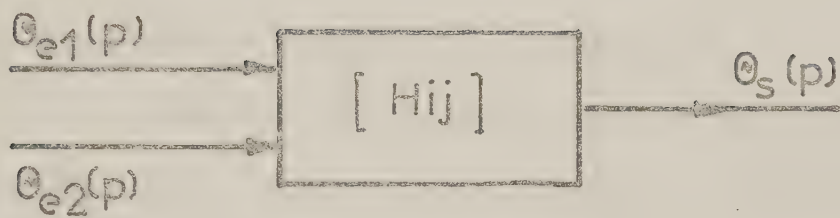


FIG A5



On peut définir une fonction de transfert relative à la fréquence :

$$H(p) = \frac{\Omega_s(p)}{\Omega_e(p)} = \frac{K_v \cdot F(p)}{P + K_v F(p)}$$

Les expressions des fonctions de transfert en boucle ouverte $KG(p)$ et en boucle fermée $H(p)$ sont identiques que l'on s'intéresse à la phase ou à la fréquence. Cette notion de fonction de transfert relative à la fréquence permet une interprétation rapide du rôle de la boucle en terme de fréquence.

1.5 - Asservissement en phase à deux références

Le type d'asservissement en phase d'une fréquence microonde que nous utiliserons est un asservissement à deux références ou à double entrée.

On montre qu'un tel type d'asservissement se ramène au type étudié précédemment.

1.5.1. Diagramme d'un asservissement à deux entrées

Soient θ_{e1} et θ_{e2} les entrées. On a un asservissement à plusieurs variables $[GIL]$ symbolisé par la figure (A4).

La matrice de transfert $[H_{ij}]$ définie par : $[S] = [H_{ij}] [E]$ se réduit simplement à :

$$\theta_s(p) = H_{11} \theta_{e1}(p) + H_{12} \theta_{e2}(p)$$

Le diagramme de la figure (A5) montre qu'on peut interpréter un tel asservissement comme un asservissement à une seule entrée $\theta_{e1}(p)$, $\theta_{e2}(p)$ étant alors une perturbation.

I.5.2. Fonction de transfert d'un asservissement en phase à deux entrées.

Les équations de départ s'écrivent ici (Fig A5) :

$$\theta_s(p) = \theta_{e1}(p) + \theta_i(p)$$

et

$$\theta_s(p) = \frac{K_v F(p)}{p} [\theta_{e2}(p) - \theta_i(p)]$$

Il vient alors :

$$\theta_s(p) = \frac{K_v F(p)}{p + K_v F(p)} \theta_{e1}(p) + \frac{K_v F(p)}{p + K_v F(p)} \theta_{e2}(p)$$

On définit alors la fonction de transfert $H'(p)$ d'un asservissement à deux entrées :

$$H'(p) = \frac{\theta_s(p)}{\theta_{e1}(p) + \theta_{e2}(p)} = \frac{K_v \cdot F(p)}{p + K_v \cdot F(p)} = H(p)$$

Un tel asservissement se ramène à un asservissement à une seule entrée $\theta_e(p)$ si l'on pose :

$$\theta_e(p) = \theta_{e1}(p) + \theta_{e2}(p)$$

II - ETUDE DES BOUCLES DU SECOND ORDRE

Les propriétés d'une boucle asservie en phase, notamment les réponses à des entrées typiques et à des entrées harmoniques, l'acquisition et la perte de l'asservissement sont étroitement liées à la forme de la fonction de transfert $F(p)$ des réseaux correcteurs.

Les boucles du premier ordre $[F(p) = 1]$ ont une fonction de transfert en boucle fermée $H(p) = \frac{K_v}{p + K_v}$, telle que K_v gain statique de la boucle en régit à la fois les propriétés statistiques et dynamiques.

C'est pourquoi les asservissements en phase sont le plus couramment réalisés avec des boucles du second ordre qui ont un plus grand nombre de paramètres indépendants.

II.1 - Boucle du 2ème ordre avec filtre passe - bas

Une boucle du second ordre peut être obtenue en introduisant un réseau correcteur constitué d'un filtre RC passe-bas, avec une pente de 6 db par octave et de fonction de transfert :

$$F(p) = \frac{1}{1 + \tau p} \quad (\tau = RC)$$

La fonction de transfert de la boucle s'écrit :

$$H(p) = \frac{K_v}{\tau^2 p^2 + \tau p + K_v}$$

ou, en introduisant la fréquence de résonance $\omega_n = \sqrt{\frac{K_v}{Z}}$ et l'amortissement $\zeta = \frac{1}{2\tau\omega_n}$

$$H(p) = \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2}$$

La boucle joue le rôle d'un filtre passe-bas du second ordre dont la fréquence de coupure à 3 db s'écrit :

$$\omega_c = \omega_n \left[1 - 2\zeta^2 + \sqrt{(1 - 2\zeta^2)^2 + 1} \right]^{1/2}$$

Le gain statique est encore K_v . Mais une telle boucle permet donc d'ajuster séparément les propriétés statiques liées à K_v et les propriétés dynamiques dépendant de ω_n .

Cet asservissement ayant une fonction de transfert à deux pôles est du type apparemment toujours stable. Mais des retards parasites peuvent en faire un système du troisième ordre à stabilité régulière.

On indique [LEY] qu'une augmentation simultanée de K_v et de ω_n conduit fatalement à un régime oscillatoire. Pratiquement, on est donc conduit à utiliser des filtres plus élaborés.

II.2 - Boucle du 2ème ordre avec filtre à compensation intégrale de phase

Le principe de la compensation intégrale de phase est d'avancer ou de retarder la phase pour les valeurs élevées de la fréquence afin de contourner le point critique du lieu de Nyquist [GIL].

Ceci est réalisé par des filtres passifs (Fig A6) de fonction de transfert :

$$F(P) = \frac{1 + P \zeta_2}{1 + P(\zeta_1 + \zeta_2)}$$

La fonction de transfert de la boucle s'écrit alors :

$$H(P) = \frac{\omega_n^2 + P \omega_n (2\zeta - \frac{\omega_n}{K_V})}{P^2 + 2\zeta \omega_n P + \omega_n^2}$$

et les paramètres de la boucle sont :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{\zeta_1 + \zeta_2}} \text{ et } \zeta = \frac{1}{2} (\omega_n) (\zeta_2 + \frac{1}{K_V})$$

Une telle boucle est théoriquement toujours stable.

Pratiquement, la présence de l'avance de phase (Fig A7) permet de repousser la limite d'oscillation due aux retards parasites et les valeurs de K_V , ω_n et ζ peuvent être choisies indépendamment.

Des boucles du second ordre à filtre actif peuvent être utilisées (Annexe I), mais nous limitons notre étude aux boucles à filtre passif du second ordre que seules nous utiliserons.

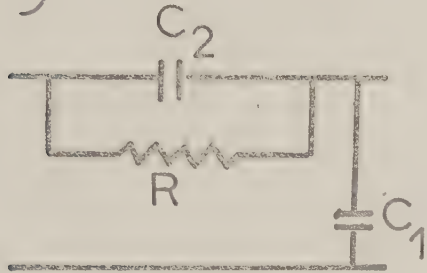
II.3 - Lieu d'Evans d'une boucle du second ordre à filtre passif

II.3.1. Rappel de la méthode du lieu d'Evans ou lieu des pôles

La méthode du lieu d'Evans décrit le comportement d'un asservissement quand le module du gain en boucle ouverte varie de 0 à l'infini $[T R U]$.

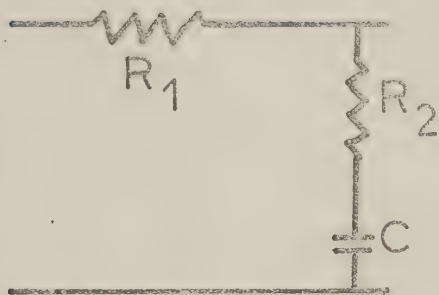
FICA6 : Filtres Passifs à compensation intégrale

a)



$$F(p) = \frac{1 + pRC_2}{1 + pR(C_1 + C_2)}$$

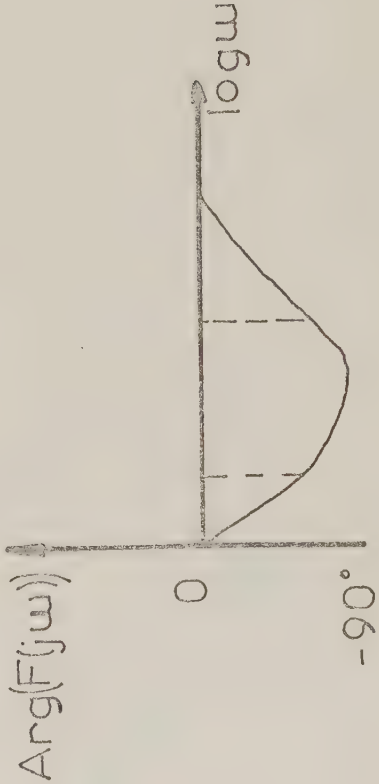
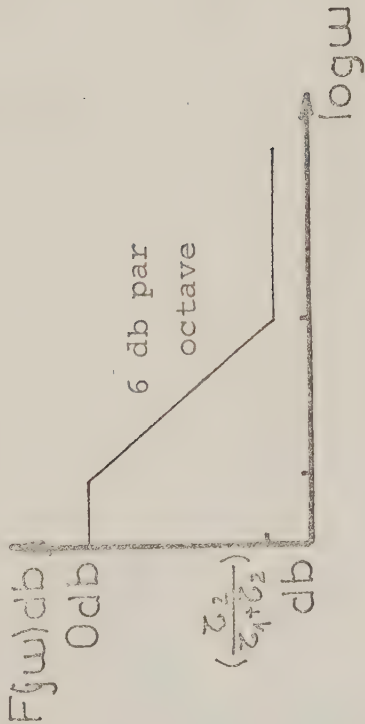
b)



$$F(p) = \frac{1 + pR_2C}{1 + pC(R_1 + R_2)}$$

FIG A7 : Réseau correcteur passif à compensation intégrale

Diagramme de Bode



Plan de Nyquist

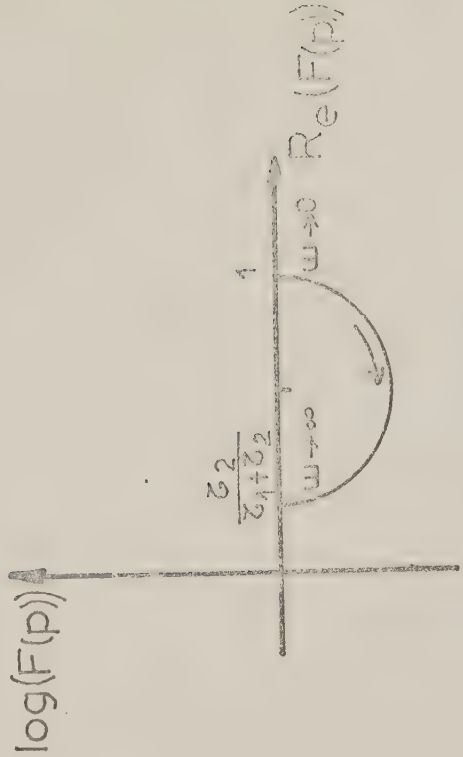
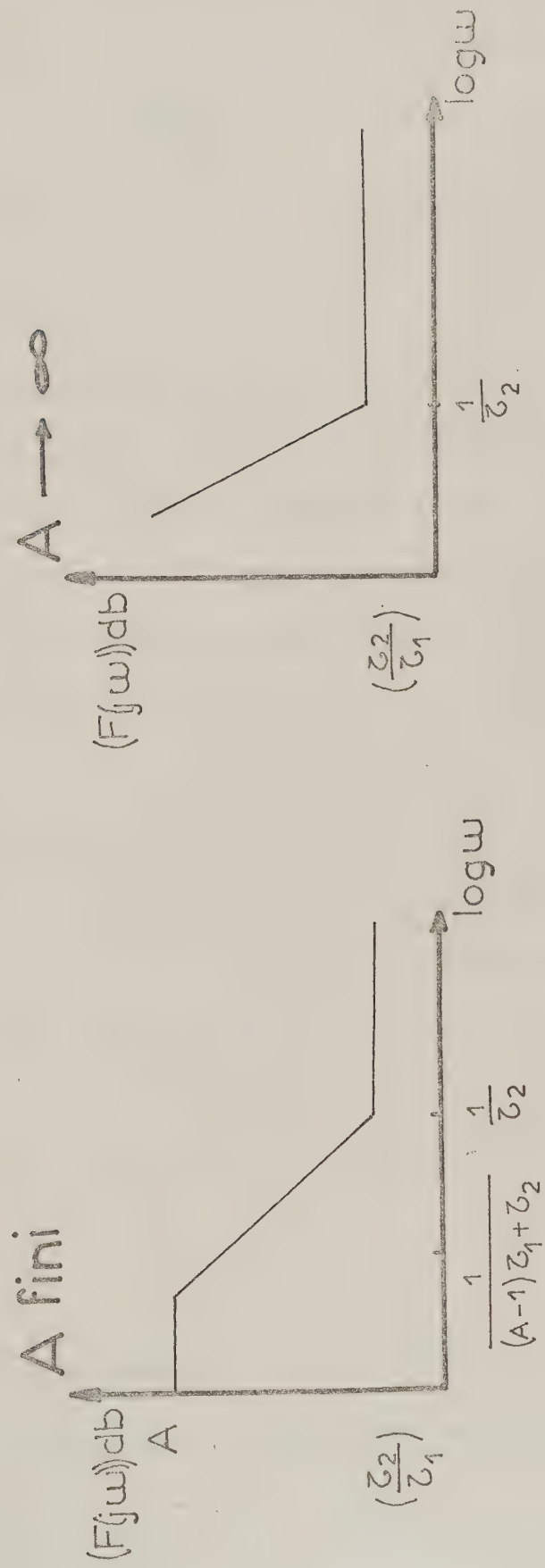


FIG A8 : *Diagramme de Bode d'un réseau correcteur à filtre actif*



Soit un système asservi à retour unitaire dont la fonction de transfert en boucle ouverte est $kG(p)$. La fonction de transfert associée est :

$$H_p = \frac{kG(p)}{1 + kG(p)}$$

On trace dans le plan de Laplace le lieu des pôles de $H(p)$ quand k varie de 0 à l'infini. C' est le lieu d'Evans.

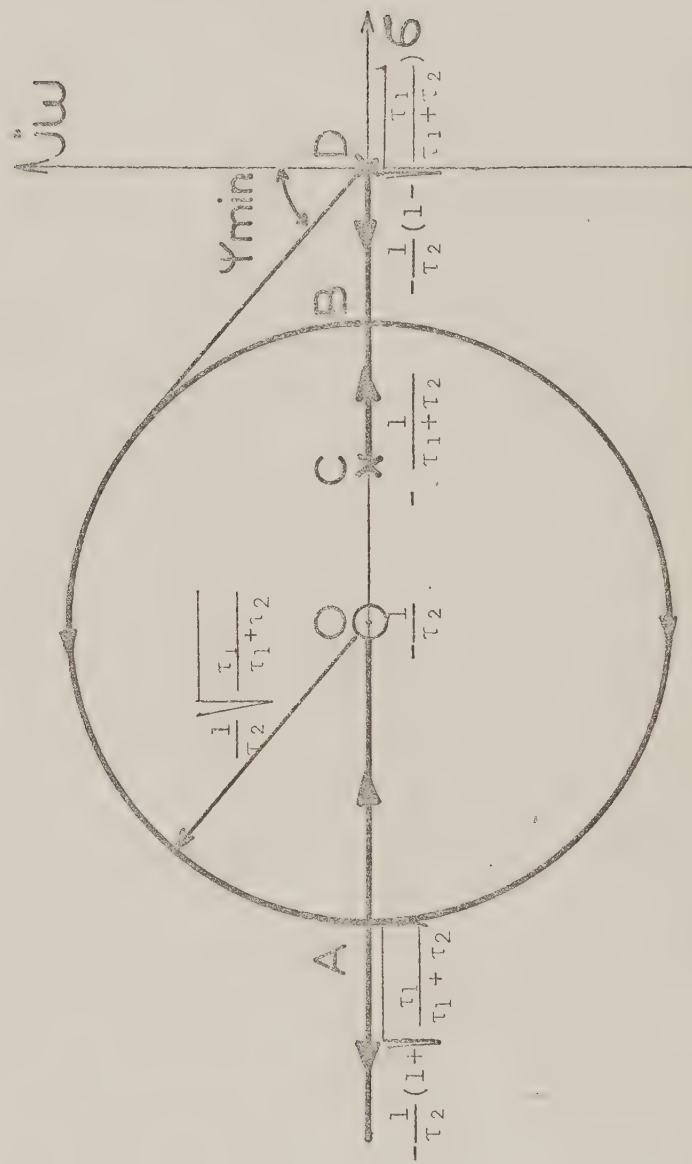
II.3.2. Lieu d'Evans pour une boucle à filtre passif

On donne (Fig A9) le tracé du lieu d'Evans pour une boucle du second ordre à filtre passif. [Le détail du tracé est donné Annexe II]. Le lieu est tout entier compris dans le demi-plan gauche, ce qui vérifie bien que la boucle est théoriquement toujours stable. La présence d'un pôle à l'origine indique l'existence d'une intégration dans le gain en boucle ouverte.

Si l'on décrit le lieu dans le sens des valeurs croissantes du module du gain, on observe que, pour les faibles valeurs de k , l'amortissement est supérieur à l'unité (le point représentatif du lieu est alors sur l'axe réel). Puis l'amortissement devient inférieur à 1 et prend une valeur minimum faible pour des gains moyens. Si k augmente encore, le point représentatif du lieu retourne sur l'axe réel et l'amortissement croit fortement ce qui évite des oscillations parasites.

L'examen de la fonction de transfert de la boucle et de son lieu d'Evans permet de définir les réseaux correcteurs garantis-

FIG A9 : Lieux des pôles pour une boucle du second ordre à filtres passifs.



sant la meilleure stabilité. L'étude des réponses permanentes et des régimes transitoires donnera la possibilité de choisir les réseaux les plus performants pour un type d'application.

III - REGIMES DEFINITIFS ET REGIMES TRANSITOIRES D'UNE BOUCLE DU SECOND ORDRE

Nous avons déjà implicitement abordé ce problème lorsque nous avons précisé qu'un asservissement en phase introduisait une différence de phase constante, donc une différence de fréquence nulle entre les signaux d'entrée et de sortie, ce qui constituait un des principaux avantages de l'asservissement en phase.

Nous développons maintenant ce résultat pour divers types d'entrées typiques et nous donnons la réponse de l'asservissement pour un signal modulé en fréquence.

III.1 - Rappels théoriques

Soit un asservissement de fonction de transfert $H(p)$, le régime définitif est donné par application du théorème à la limite,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p H(p)$$

Théorème valable si $p \times H(p)$ a tous ses pôles dans le demi plan réel négatif.

Pour une boucle du 2ème ordre à filtre passif, $H(p)$ présente une intégration, on peut donc prévoir que, suivant le type d'entrée on aura :

Erreur de position nulle

Erreur de trainage finie

Erreur d'accélération infinie

Une boucle du second ordre à filtre actif présente 2 intégrations, donc :

Erreur de position nulle

Erreur de trainage nulle

Erreur d'accélération finie.

Le paragraphe suivant explicite ces résultats dans le cas de boucles à filtre passif. Le tableau (A10) permet de comparer les erreurs définitives des 2 types de boucles du second ordre.

III.2 - Erreurs définitives dues à diverses entrées typiques de phase et de fréquence, pour une boucle du second ordre à filtre passif .

On a montré [A I.3.2] que le comportement de l'asservissement était décrit en terme de phase comme en terme de fréquence par les mêmes fonctions de transfert.

Pour une entrée typique $E_e(p)$, l'expression de l'erreur

$$E_\xi \quad \text{est} \quad E_\xi(p) = \frac{p E_e(p)}{p + K_V F(p)}$$

que E_e représente une entrée de phase ou de fréquence. Nous ne particulariserons donc pas E_e dans ce qui suit.

1°) Ecart de position

Cet écart résulte d'une entrée échelon : $E_e(p) = \frac{\Delta E}{p}$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_\xi(t) \Rightarrow \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p \Delta E}{p + K_V F(p)} = 0$$

L'écart de position est nul .

FILTRE PASSIF		FILTRE ACTIF	
		erreurs permanentes de phase	erreurs permanentes de fréquence
ECHELON	phase	0	0
	fréquence	$\frac{\Delta \omega}{K_V F(\omega)} + C$	0
RAMPE	phase		
	fréquence	$\frac{\Delta \dot{\omega} t}{K_V F(\omega)} + C$	$\frac{\Delta \dot{\omega}}{\omega_n^2}$
ECHELON DACCÉLÉRATION	phase		
	fréquence	$\frac{\Delta \ddot{\omega} t}{K_V F(\omega)} + C$	$\frac{\Delta \ddot{\omega}}{\omega_n^2}$

FIG 10

Tableau des erreurs permanentes pour diverses entrées typiques

2°) Ecart de trainage

L'entrée est une rampe décrite par $E_e(P) = \frac{\Delta \dot{E}}{P^2}$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_{\xi}(t) \rightarrow \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\Delta \dot{E}}{p + K_V F(p)} = \frac{\Delta \dot{E}}{K_V F(0)}$$

Si $F(p)_{p=0} \neq \infty$ ce qui est réalisé par définition des

filtres passifs, l'écart de trainage n'est pas nul :

$$e_{\xi}(t)_{t \rightarrow \infty} = \frac{\Delta \dot{E}}{K_V F(0)}$$

3°) Ecart d'accélération

L'entrée est un échelon d'accélération $E_e(P) = \frac{\Delta \ddot{E}}{P^3}$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_{\xi}(t) \rightarrow \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\Delta \ddot{E}}{p(p + K_V F(p))} \rightarrow \infty$$

L'erreur résultant d'un échelon d'accélération est

infinie.

Le tableau (A10) résume ces résultats et permet de les comparer à ceux d'une boucle du 2ème ordre à filtre actif.

Un filtre actif rend la boucle plus performante en ce sens qu'elle répond par des erreurs nulles à des rampes, donc à des dérives de fréquence et qu'elle permet de suivre les accélérations de fréquence. Cependant les applications auquel nous destinons notre asservissement n'imposent pas une telle boucle et nous nous limitons à une boucle du second ordre à filtre passif.

III.3 - Erreurs permanentes pour une entrée modulée en fréquence

Soit une entrée modulée en fréquence $\omega_e(t)$ dont la transformée de Laplace est $\Omega_e(p)$. L'expression de l'erreur $\Omega_\varepsilon(p)$ due à cette entrée, s'écrit pour une boucle à filtre passif:

$$H(p) = \frac{\Omega_\varepsilon(p)}{\Omega_e(p)} = \frac{1}{1 + KG(p)} = \frac{p(p + \frac{\omega_n^2}{K_v})}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2}$$

On ne peut pas obtenir la réponse à une entrée sinusoidale par le théorème de la limite, la fonction $pH(p)$ ayant des pôles sur l'axe imaginaire. Mais si la modulation de fréquence du signal d'entrée est :

$$\omega_e(t) = A \cos \omega_m t$$

l'erreur s'écrit :

$$\omega_\varepsilon(t) = AM \cos(\omega_m t + \theta)$$

avec $M = |H(j\omega)|$ et $\theta = \text{Phase de } H|j\omega|$

Soit pour la boucle utilisée :

$$M = \omega_m \left[\frac{\omega_m^2 + \omega_n^4 / K_v^2}{(\omega_n^2 - \omega_m^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega_m)^2} \right]^{1/2}$$

et

$$\theta = \frac{\pi}{2} + \arctan \frac{K_v \omega_m}{\omega_n^2} - \arctan \frac{2\zeta\omega_n\omega_m}{\omega_n^2 - \omega_m^2}$$

En conclusion si $\omega_m \ll \omega_n$, l'amplitude de l'erreur

$M = \frac{\omega_m}{K_v}$ est négligeable. Par contre $M \rightarrow 1$, si $\omega_m \gg \omega_n$. Ces résultats expliqueront le comportement de la boucle vis à vis du bruit.

D'autre part, une modulation de fréquence affectant le signal d'entrée ne sera bien transmise que si la fréquence de modulation est faible devant la bande passante de la boucle.

III.4 - Réponse transitoire de la boucle à un échelon de fréquence

L'erreur transitoire de phase résultant d'un échelon de fréquence $\Theta_e(p) = \frac{\Delta\omega}{p^2}$ à l'entrée de l'asservissement peut être obtenue à partir de l'expression :

$$\Theta_e(p) = \frac{\Delta\omega}{K_V} \cdot \frac{1 + \frac{K_V}{\omega_n^2} p}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + 1}$$

Le résultat est donné dans les tables de transformées de Laplace [GIL] .

La réponse transitoire de phase à un échelon de fréquence s'écrit pour des amortissements $\zeta < 1$:

$$\theta_e(t) = \frac{\Delta\omega}{K_V} \left[1 + \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} A \sin(\sqrt{1-\zeta^2} \omega_n t + \psi) \right]$$

avec

$$A = \sqrt{1 - \frac{2\zeta K_V}{\omega_n} + \frac{K_V^2}{\omega_n^2}}$$

et

$$\psi = \arctg \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\frac{\omega_n}{K_V} - \zeta} - \arctg \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{-\zeta}$$

On voit que cette erreur transitoire peut dépasser de beaucoup l'erreur permanente $\frac{\Delta\omega}{K_V}$. Par dérivation, on a la réponse transitoire de fréquence due à un échelon de fréquence $\Delta\omega$:

$$\omega_e(t) = \Delta\omega \frac{\omega_n}{K_V} A e^{-\zeta\omega_n t} \left[\cos(\sqrt{1-\zeta^2} \omega_n t + \psi) - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\sqrt{1-\zeta^2} \omega_n t + \psi) \right]$$

IV - PLAGES D'ACCROCHAGE ET DE DECROCHAGE DE L'ASSERVISSEMENT.

Cette question a été traitée par de nombreux auteurs [LEY] [REY] [GRU]. Nous ne rappellerons donc que les principaux résultats nécessaires à notre travail.

Dans ce qui précédait, nous avons toujours supposé que l'asservissement de l'oscillateur était acquis, c'est à dire que la fréquence de sortie et la fréquence d'entrée étaient identiques alors qu'en pratique la fréquence libre de l'oscillateur diffère de la fréquence de la référence. Nous étudierons dans ce paragraphe les problèmes d'acquisition et de perte de l'asservissement pour un système à comparateur de phase sinusoidal.

IV.1 - Plage de maintien

Dans l'approximation d'un détecteur de phase linéaire l'erreur statique de phase θ_v résultant d'un écart $\Delta\omega$ entre la pulsation du signal d'entrée et celle de l'oscillateur à asservir s'écrivait : $\theta_v = \frac{\Delta\omega}{K_v}$

En réalité, par suite de la réponse sinusoidale des comparateurs de phase utilisés, cette erreur s'écrit [A. I.2] :

$$\sin\theta_v = \frac{\Delta\omega}{K_v}$$

ce qui limite l'écart de pulsation à la valeur :

$$\Delta\omega_H = \pm K_v$$

$\Delta\omega_H$ définit la plage de maintien de l'asservissement, c'est-à-dire que tout oscillateur pourra rester asservi tant que l'écart entre sa pulsation libre et sa pulsation asservie restera inférieure en valeur absolue à $\Delta\omega_H$.

IV.2 - Plages de décrochage

La plage de maintien prévoit le décrochage de l'asservissement en cas de dérive lente de l'écart de synchronisme. Mais on ne peut pas conclure si cet écart résulte d'un échelon de fréquence relatif soit au signal d'entrée, soit à la fréquence libre de l'oscillateur. L'erreur transitoire de phase peut dépasser en effet de beaucoup l'erreur statique et atteindre la valeur de $\pm \frac{\pi}{2}$ qui fera perdre l'accrochage [A. III.4].

On distingue deux cas suivant l'amplitude du pas de fréquence.

a) La plage de décrochage transitoire

C'est l'échelon de fréquence maximum $\Delta\omega_{p0}$ que l'on peut appliquer sans qu'il y ait décrochage même transitoire de la boucle. Physiquement cela traduit que l'erreur de phase transitoire n'excède jamais $\left| \frac{\pi}{2} \right|$, c'est-à-dire que l'oscillateur asservi suit la référence cycle par cycle.

Pour des échelons de fréquence d'amplitude supérieure à $\Delta\omega_{p0}$, il y a décrochage au moins temporaire de la boucle.

Une expression de la plage de décrochage transitoire a été déterminée expérimentalement [VIT] :

$$\Delta\omega_{p_0} = 1,8 \omega_n (1 + \xi)$$

Nous proposons en Annexe [III] , une méthode de calcul de $\Delta\omega_{p_0}$ pour des valeurs de l'amortissement $0 \leq \xi \leq 1$ qui aboutit à l'expression : $\Delta\omega_{p_0} = 1,6 \omega_n (1 + k\xi)$ avec $1 \leq k \leq 1,6$ ce qui est en bon accord avec la détermination expérimentale de VITERBI.

b) Plage de décrochage

Pour des échelons de fréquence supérieure à $\Delta\omega_{p_0}$ l'asservissement est perdu pendant quelques périodes, mais l'oscillateur reste finalement asservi si l'échelon de fréquence est inférieur à la plage de décrochage $\Delta\omega_{D_0}$. [REY] indique que :

$$0,72K_v < \Delta\omega_{D_0} < K_v$$

Enfin si l'échelon de fréquence appliqué est supérieur à $\Delta\omega_{D_0}$, la perte de l'accrochage est définitive.

IV. 3- Plage d'accrochage

L'équation différentielle d'un asservissement de phase [A .I. 2] indique qu'il y aura acquisition de l'asservissement si l'on peut annuler l'écart instantané de pulsation entre le signal de référence et l'oscillateur libre.

Cette condition sera réalisée si l'on peut rendre l'écart de synchronisme $\Delta\omega$ inférieur à une valeur $\Delta\omega_L$ qui est la plage d'accrochage de l'asservissement.

La présence d'un tel désaccord de synchronisme $\Delta\omega$ se traduit en effet par une modulation de fréquence de l'oscillateur d'excursion maximale $K_V F(\Delta\omega)$ et l'annulation de l'écart instantané de pulsation sera réalisé si : $K_V F(\Delta\omega) \leq \Delta\omega$

Par définition d'une boucle du 1er ordre $F(\Delta\omega) = 1$ la plage d'accrochage est alors : $\Delta\omega_L = \pm K_V$

Pour une boucle du second ordre, l'expression de $F(\Delta\omega)$ est moins simple (Fig A8): aux basses fréquences $F(\Delta\omega) = K_V$, aux hautes fréquences $F(\Delta\omega) = \frac{\tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$ pour un filtre passif.

La condition d'accrochage $K_V F(\Delta\omega)$ est déjà réalisée aux hautes fréquences et on peut écrire :

$$\Delta\omega_L = \frac{K_V \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} \text{ pour une boucle à filtre passif}$$

ou
$$\Delta\omega_L = 2 \int \omega_n$$

Pratiquement, il suffira d'accorder manuellement l'oscillateur à asservir de façon à rendre l'écart de synchronisme avec la référence inférieur à la plage d'accrochage pour obtenir l'asservissement.

Il existe cependant, pour des écarts de synchronisme plus importants, une possibilité d'obtenir l'asservissement par une dérive lente vers la plage d'accrochage, sous l'influence de non linéarité du comparateur de phase [GRU] .

V - COMPORTEMENT D'UN ASSERVISSEMENT EN PHASE VIS A VIS DU BRUIT

On rappelle que la fonction de transfert $H(p)$ d'un asservissement en phase s'écrit par définition :

$$H(p) = \frac{\mathcal{M}_s(p)}{\mathcal{M}_e(p)}$$

$H(p)$ pouvant prendre différentes formes suivant l'ordre de la boucle.

On montre d'autre part [GIL] que si $H(p)$ est la fonction de transfert d'un système linéaire soumis à une entrée aléatoire stationnaire $e(t)$ de spectre de fréquence $\Phi_e(\omega)$, la sortie $s(t)$ a un spectre de fréquence décrit par :

$$\Phi_s(\omega) = |H(j\omega)|^2 \Phi_e(\omega)$$

$H(j\omega)$, représenté en diagramme de Bode, permettant de considérer la boucle comme un filtre passe-bas de fréquence de coupure ω_{3db} , on peut se représenter facilement le rôle de la boucle vis à vis du bruit. Seules les composantes du spectre $\Phi_e(\omega)$ du signal d'entrée de fréquence $\omega \leq \omega_{3db}$ seront transmises par l'asservissement qui améliore donc le rapport signal sur bruit de l'entrée $e(t)$.

On montre de même que l'asservissement purifie le spectre de l'oscillateur libre $\Phi_\ell(\omega)$. Nous pouvons considérer ce spectre comme une perturbation aléatoire de phase introduite dans le système. Toutes les composantes de $\Phi_\ell(\omega)$ telles que $\omega \leq \omega_{3db}$ seront pratiquement éliminées du spectre du signal de sortie.

V.1 - Amélioration du rapport signal sur bruit de l'entrée

L'oscillateur à asservir est ici considéré comme monochromatique. Le signal d'entrée $e(t)$ est caractérisé par son rapport signal sur bruit : $(\text{SNR})_e = \frac{P_{se}}{P_{ne}}$

Le bruit d'entrée mis sous sa forme de Rice s'écrit :

$$n_e(t) = n_c(t) \cos \omega_0 t + n_s(t) \sin \omega_0 t$$

et le signal d'entrée :

$$e(t) = E_0 \cos \omega_0 t + n_e(t)$$

soit, en négligeant la composante de bruit en phase avec le signal :

$$e(t) = E_0 [\cos \omega_0 t + \theta_{ne}(t)]$$

$\theta_{ne}(t)$ représente la phase parasite due au bruit :

$$\overline{\theta_{ne}(t)^2} = \frac{\overline{n_s(t)^2}}{E_0^2} = \frac{\overline{n_e(t)^2}}{E_0^2} = \frac{P_{ne}}{2P_{se}} = \frac{1}{2(\text{SNR})_e}$$

La même expression est valable pour le signal de sortie :

$$(\text{SNR})_e = \frac{1}{2\overline{\theta_{ne}^2}} \quad \text{et} \quad (\text{SNR})_s = \frac{1}{2\overline{\theta_{ns}^2}}$$

En appliquant la relation rappelée au [A.V] aux spectres

de la phase des signaux d'entrée et de sortie, il vient :

$$\overline{\theta_{ns}^2} = \int \Phi_{ns}(\omega) d\omega = \int_{-B_i/2}^{B_i/2} |H(j\omega)|^2 \Phi_{ne}(\omega) d\omega$$

où $\Phi_{ne}(\omega)$ est la densité spectrale de puissance de la phase de

bruit à l'entrée, supposée constante dans la bande passante du circuit d'entrée de largeur B_i , nulle en dehors.

$$\overline{\theta_{ns}^2} = \frac{\overline{\theta_{ne}^2}}{B_i} \int_{-B_i/2}^{B_i/2} |H(j\omega)|^2 d\omega$$

Si nous supposons que la bande passante du circuit

d'entrée est grande devant la bande passante de l'asservissement,

$$\frac{\omega_{3db}}{2\pi}, \text{ il vient : } \frac{(\text{SNR})_e}{(\text{SNR})_s} = \frac{\overline{\theta_{ns}^2}}{\overline{\theta_{ne}^2}} = \frac{2 B_L}{B_i}$$

B_L est la bande de bruit de l'asservissement :

$$B_L = \int_0^\infty |H(j\omega)|^2 df \quad \text{en Hertz}$$

B_L étant en général faible devant B_i , l'asservissement améliore le rapport signal sur bruit de l'entrée.

V.2 - Amélioration du spectre de bruit de l'oscillateur

Nous considérons maintenant l'oscillateur libre comme un oscillateur idéal auquel se superposent des fluctuations parasites de phase dont la moyenne quadratique est $\overline{\theta_{ne}^2}$ et le spectre de fréquence $\phi_{ne}(\omega)$.

On introduit ce spectre de fréquence comme une perturbation dans l'asservissement dont la fonction de transfert

$$\text{s'écrit : } H_P(P) = \frac{1}{1 + KG(P)}$$

La moyenne quadratique des fluctuations de la phase de sortie est alors :

$$\overline{\theta_{ns}^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{|1 + KG(j\omega)|^2} \phi_{ne}(\omega) d\omega$$

En supposant $\phi_{ne}(\omega)$ constant dans une bande B_e nul ou dehors, et d'autre part $B_e \ll \frac{\omega_{3db}}{2\pi}$ fréquence de coupure de la fonction de $KG(p)$, il vient :

$$\begin{aligned}\overline{\theta_{ns}^2} &= \frac{\overline{\theta_{nl}^2}}{B} \int_{-B\ell/2}^{B\ell/2} \frac{1}{|1 + KG(j\omega)|^2} d\omega \\ &= \frac{\overline{\theta_{nl}^2}}{B\ell} \cdot \frac{1}{K_V^2} \int_{-B\ell/2}^{B\ell/2} d\omega = \frac{\overline{\theta_{nl}^2}}{K_V^2}\end{aligned}$$

ou

$$\frac{\overline{\theta_{ns}^2}}{\overline{\theta_{nl}^2}} \neq \frac{1}{K_V^2}$$

La puissance du bruit de phase de sortie est donc la puissance du bruit de phase de l'oscillateur libre divisé par le carré du gain statique de l'asservissement.

V.3 - Bande de bruit d'une boucle à filtre passif

Une boucle à filtre passif a une fonction transfert

$$H(P) = \frac{P\omega_n \left(2\zeta - \frac{\omega_n}{K_V} \right) + \omega_n^2}{P^2 + 2\zeta\omega_n P + \omega_n^2}$$

qui conduit à une bande de bruit :

$$B_L = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\omega_n^2 \left[\left(2\zeta - \frac{\omega_n}{K_V} \right)^2 \omega^2 + \omega_n^2 \right]}{\omega_n^4 + 2\omega_n^2 \omega^2 (2\zeta^2 - 1) + \omega^4} d\omega$$

soit

$$B_L = \frac{\omega_n}{8\zeta} \left[1 + \left(2\zeta - \frac{\omega_n}{K_V} \right)^2 \right] \quad \text{en Hertz}$$

Si $\frac{\omega_n}{K_V} \ll 2\zeta$, on aboutit à $B_L = \frac{\omega_n}{2} \left(\zeta + \frac{1}{4\zeta} \right)$ qui est l'expression de la bande de bruit pour une boucle à filtre actif [GAR] .

La bande de bruit peut s'écrire en fonction du gain statique K_V de l'asservissement :

$$B_L = \frac{1}{4\zeta_2} + \frac{K_V}{4} \cdot \frac{\zeta_2}{\zeta_1} \neq \frac{K_V}{4} \cdot \frac{\zeta_2}{\zeta_1}$$

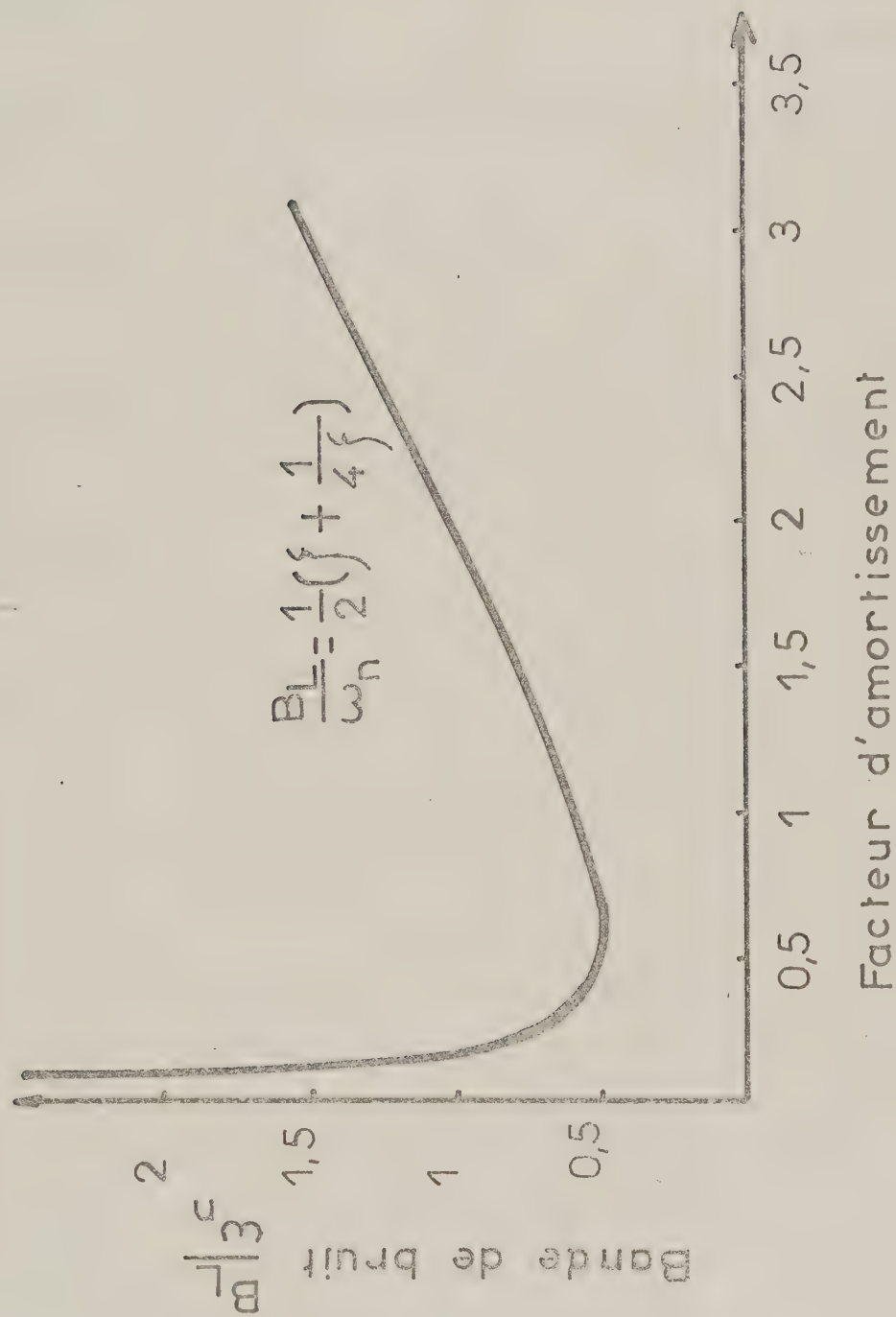


FIG A11 Bande de bruit d'une boucle du second ordre à gain élevé .

L'introduction de filtre à compensation intégrale de phase améliore les performances de l'asservissement vis à vis du bruit. L'expression de la bande de bruit est en effet celle d'une boucle du 1er ordre multipliée par le rapport des constantes de temps du filtre $\frac{\tau_2}{\tau_1}$ rapport inférieur à l'unité par définition des filtres de compensation intégrale.

La bande de bruit présente un minimum pour un amortissement $\xi = 0,5$ (Fig A11). Pour l'amortissement critique $\xi = 0,707$, très courant, $\frac{B_L}{\omega_n} = 0,53$ valeur peu différente du minimum.

B - REALISATION D'UN WOBULATEUR MICROONDE

I. Généralités

II. Principe de fonctionnement d'un wobulateur microonde

- II.1. Principe de la multiplication de fréquence
- II.2. Principe de l'asservissement en phase d'une fréquence microonde
- II.3. Application à la réalisation d'un wobulateur hyperfréquence

III. Réalisation des multiplicateurs de fréquence

- III.1. Performances du pilote à quartz.
- III.2. Réalisation des chaines de multiplication à transistors

IV. Réalisation de l'asservissement du klystron relais

- IV.1. Détermination des paramètres de l'asservissement
- IV.2. Caractéristiques des principales fonctions de l'asservissement.

V. Le système de wobulation et de mesure de fréquence

- V.1. Description de la source wobulée
- V.2. Caractéristiques du dispositif de wobulation
- V.3. Réalisation du système de mesure de fréquence

VI. Conclusion

RAPPEL des principales notations

f_Q	fréquence délivrée par le pilote quartz
f_D	fréquence de sortie de la chaîne de multiplication
f_r	fréquence du klystron relais asservi
Nf_D	fréquence de référence principale de l'asservissement du klystron relais
f_i	fréquence de référence secondaire de l'asservissement du klystron relais
f_k	fréquence instantanée de la source wobulée
Nf_r	fréquence de référence principale de la source wobulée
f'_i	fréquence instantanée de la référence secondaire de l'asservissement de la source wobulée
f_{ko}	radiofréquence centrale
f'_{io}	valeur centrale de f'_i

I - GENERALITES

L'ensemble de mesure que nous avons réalisé, bien que ses applications ne se limitent pas à la spectrométrie hertzienne, a été primitivement conçu dans le but d'améliorer la précision de la mesure des raies correspondant aux fréquences de transition d'un gaz, le monochloropentafluorure de soufre dont les spectres de rotation sont actuellement étudiés au laboratoire en microondes dans les bandes Q (8 mm de longueur d'onde) et E (4 mm de longueur d'onde).

Ce wobulateur doit donc permettre la visualisation des raies de transition de ce gaz par une modulation de fréquence de la radiofréquence autour d'une valeur centrale f_{k0} d'une part et la détermination des fréquences de ces raies par la connaissance précise de cette radiofréquence centrale f_{k0} d'autre part.

L'asservissement en phase de la source microonde sur un pilote de bonne stabilité de fréquence est nécessaire pour obtenir une détermination précise de la fréquence des raies de transition puisque le principe de la mesure consiste à faire coïncider la radiofréquence centrale f_{k0} , repérée sur la trace de l'oscilloscope d'observation, avec le sommet de la raie.

Cette radiofréquence centrale doit pouvoir être synthétisée avec un pas de fréquence suffisamment faible pour être inférieur à la précision escomptée pour les mesures, soit environ 100 Hz.

L'excursion de la modulation de la radiofréquence doit avoir une amplitude suffisante pour réaliser un compromis entre une identification facile des raies et un pointé précis lors de la mesure. Un balayage de 1 à 2 MHz autour de f_{k0} semble nécessaire compte tenu de la largeur présumée des raies.

La réalisation du wobulateur met en oeuvre essentiellement des multiplicateurs de fréquence et des asservissements en phase de générateurs microondes. Nous en rappelons le principe et indiquons le fonctionnement du wobulateur. Puis, nous décrivons la réalisation des différentes fonctions du wobulateur.

II - PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT D'UN WOBULATEUR MICROONDE

II.1 - Principe de la multiplication de fréquence

Le principe de la multiplication de fréquence repose sur l'utilisation de circuits non linéaires, ceux-ci pouvant être des circuits actifs (transistors) ou passifs (diodes). Nous utilisons les 2 types de multiplicateurs selon la gamme de fréquence désirée.

Soit un signal sinusoïdal $v(t) = V_0 \cos \omega_0 t$, dont on veut obtenir le Nième harmonique. L'élément non linéaire est utilisé pour générer un signal non sinusoïdal, dont la fréquence de récurrence reste $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$. La décomposition en série de Fourier indique qu'un tel signal est composé des divers harmoniques du fondamental :

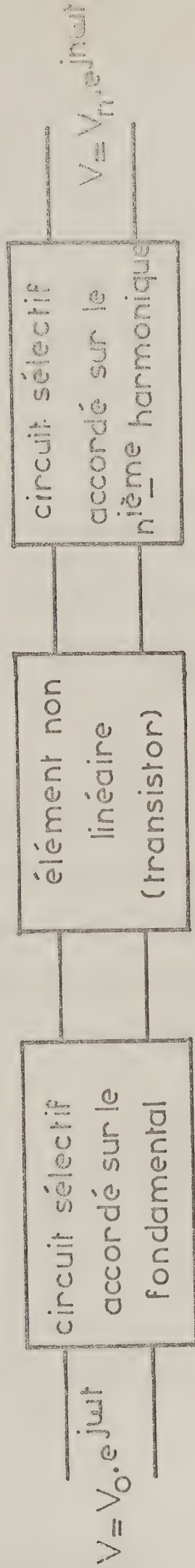
$$v(t) = V_0 \sum_n a_n \cos(n \omega_0 t + \varphi_n)$$

On sélectionne l'harmonique de rang n par un circuit sélectif centré sur la fréquence correspondante.

II.1.1. Multiplication par circuits actifs à transistors

Ces multiplicateurs sont constitués d'un circuit sélectif d'entrée accordé sur le fondamental suivi de l'élément non linéaire délivrant un signal riche en harmoniques. Un circuit sélectif en sortie permet de ne conserver que la composante du signal correspondant à l'harmonique désiré (Fig B1).

FIG B1 : Bloc diagramme d'un étage multiplicateur de fréquence



Les circuits sélectifs d'entrée et de sortie sont de simples circuits RLC parallèles accordés sur la fréquence désirée. Une meilleure réjection des harmoniques est parfois obtenue par l'utilisation de circuits à deux pôles couplés [BEN-3] .

L'élément non linéaire peut être constitué le plus simplement d'un transistor polarisé en classe C, le courant I_c délivré a alors l'allure indiquée (Fig B2). C'est à dire qu'il admet la décomposition en série de Fourier suivante :

$$V = \frac{I_c}{\pi(1 - \cos \frac{\theta}{2})} \left[\left(\sin \frac{\theta}{2} - \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \right) + \left(\frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} - \cos \frac{\theta}{2} \right) \cos \omega t + \dots \right. \\ \left. + \left(\frac{\sin(n+1) \frac{\theta}{2}}{n+1} + \frac{\sin(n-1) \frac{\theta}{2}}{n-1} - \frac{2 \sin \frac{n\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{n} \right) \cos n \omega t \dots \right]$$

L'amplitude du signal à la fréquence $n\omega$ dépend du rang N de l'harmonique et de l'angle de passage θ . La valeur de θ n'est pas très critique, mais pour des rangs d'harmoniques $N=2, 3, 5$, les valeurs optimum sont respectivement $110^\circ, 100^\circ, 65^\circ$.

Une meilleure réjection des harmoniques est obtenue par l'utilisation de montages symétriques ou push pull et asymétriques ou push push (Fig B3).

Par exemple, un montage push push supprimera, au moins théoriquement, les harmoniques impairs, en particulier le fondamental et l'harmonique de rang 3 pour un fonctionnement en doubleur.

FIG B2 : Courant collecteur I_c d'un transistor en classe C

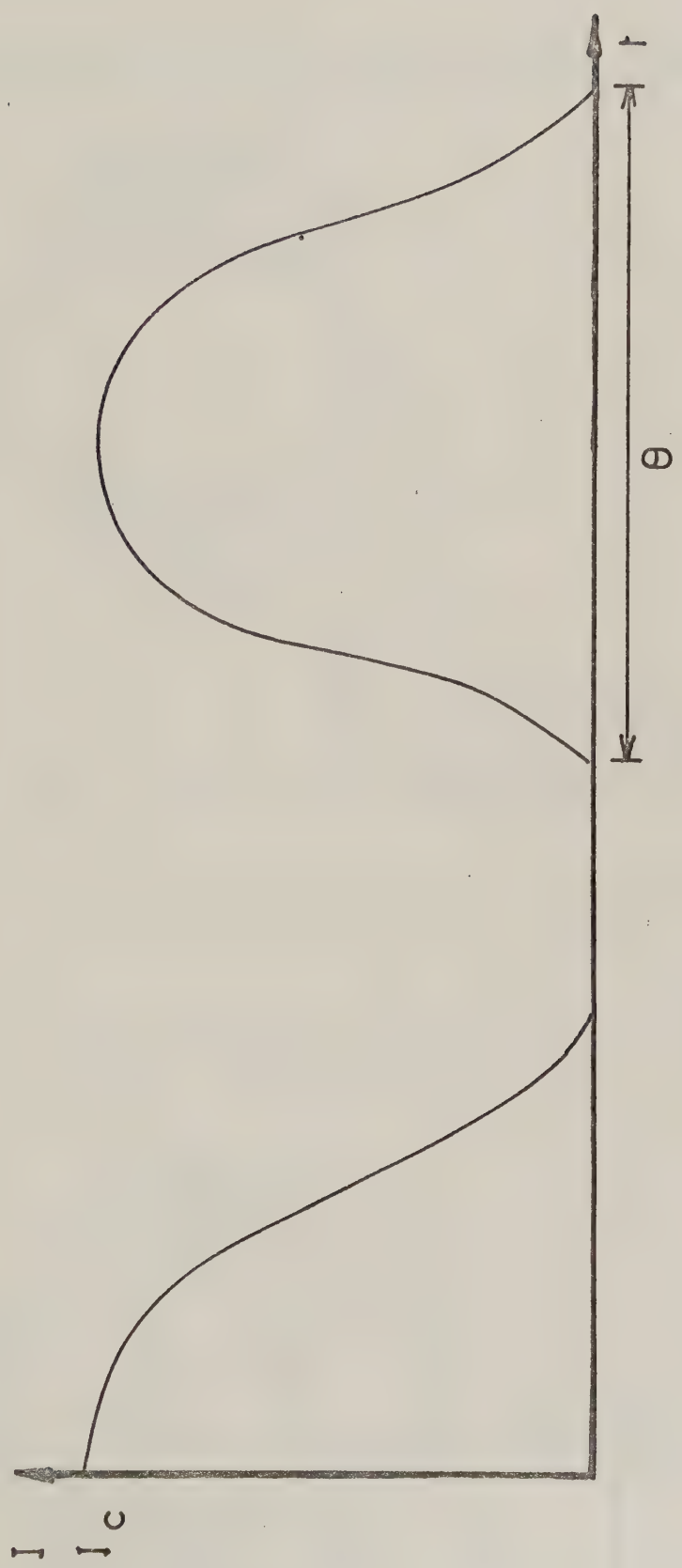
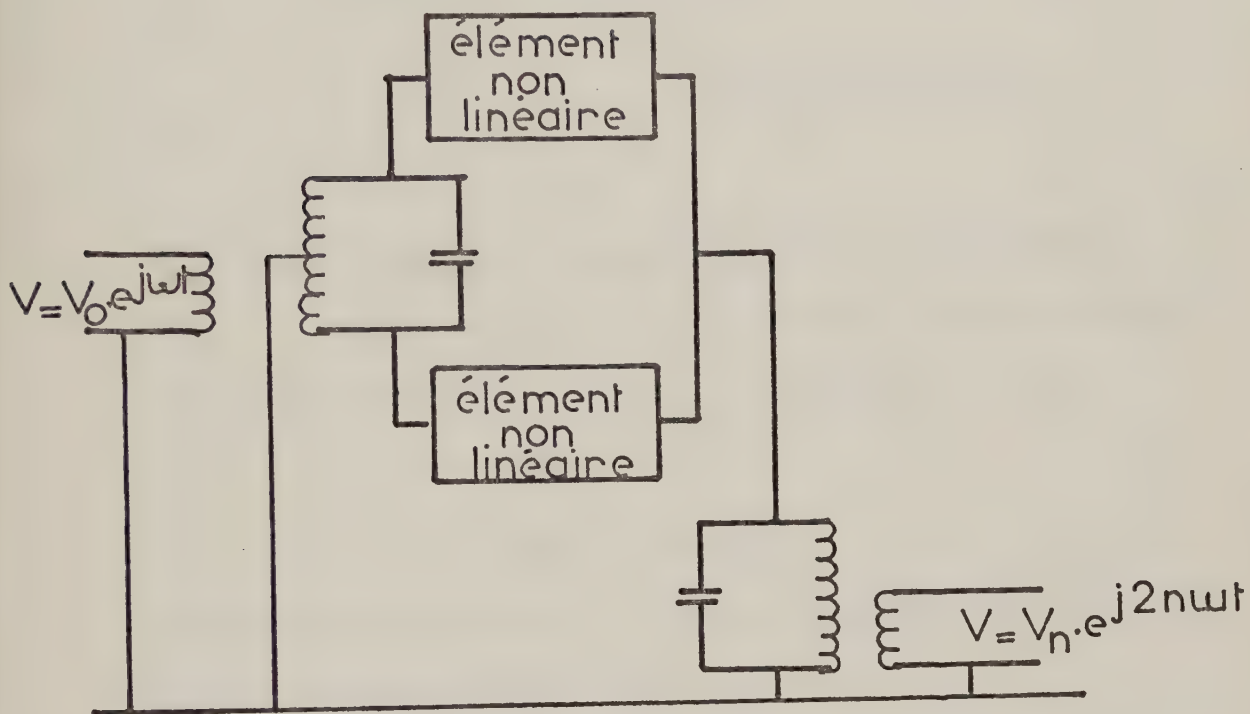
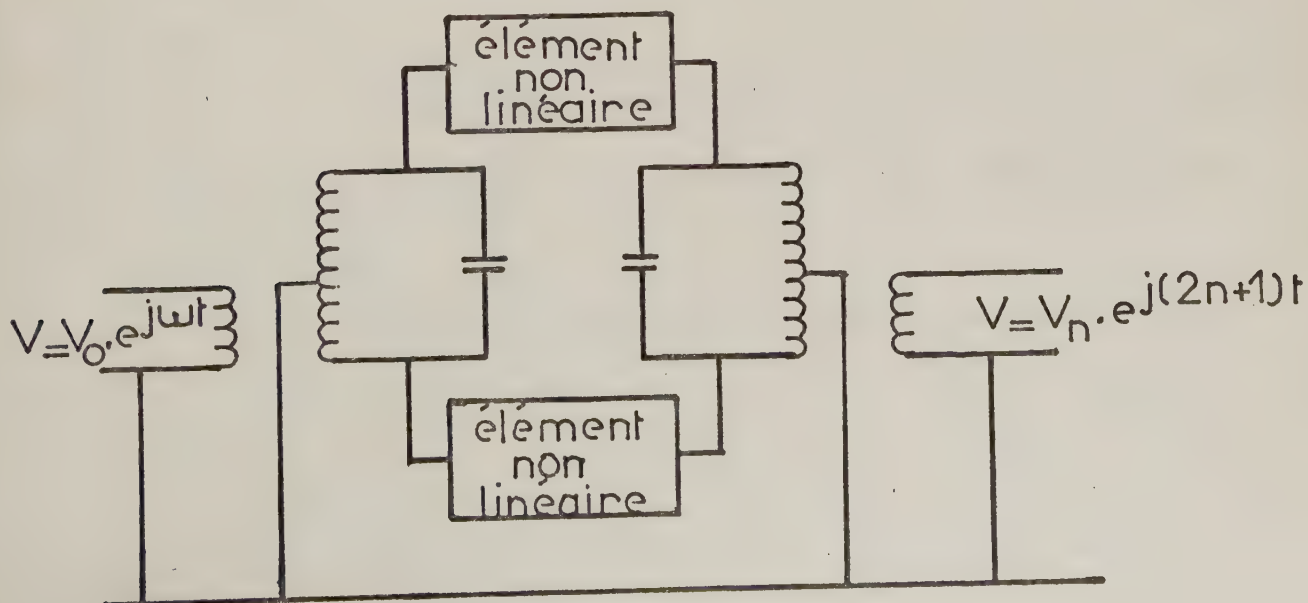


FIG B3 : Multiplicateurs de fréquence Push-Pull et Push-Push.

a) Multiplicateurs éliminant les harmoniques impairs.



b) Multiplicateurs éliminant les harmoniques pairs.



Les signaux délivrés par les transistors sont en effet :

$$I_{c1} = \sum a_n \cos n\omega t$$

$$I_{c2} = \sum a_n \cos n(\omega t + \pi)$$

soit

$$I_c = I_{c1} + I_{c2} = 2 \sum a_{2p} \cos 2p\omega t$$

II.1.2. Multiplication par des circuits passifs à diode

Nous considérons une diode idéale comme une résistance non linéaire représentée en 1ère approximation par :

$$I = kV \quad \text{pour} \quad V \geq 0$$

$$I = 0 \quad \text{pour} \quad V < 0$$

Le courant est représenté par des demi-sinusoides dont la décomposition en série de Fourier est :

$$I(t) = \frac{kV}{\pi} \left[1 + \frac{\pi}{2} \cos \omega t + \frac{2}{3} \cos 2\omega t - \frac{2}{15} \cos 4\omega t + \dots \right]$$

Cette décomposition ne comporte que des harmoniques d'ordre pairs. Mais, on a considéré ici une diode idéale ce qui fait qu'en pratique, on obtient aussi bien les harmoniques pairs et impairs.

PAGE [PAG] a montré que le rendement d'un multiplicateur à diode idéal était toujours inférieur à $1/n$ pour un harmonique de rang n .

Si R_g et R_s sont respectivement la résistance non

linéaire et la résistance série du cristal les pertes de conversion minimum pour une résistance non linéaire sont données par [LEE]

$$L_n = 10 \log \frac{R_g + R_s}{R_g} - 20 \log \frac{2}{\pi} \frac{\sin(n-1) \frac{\pi}{2n}}{n^2 - 1} \quad n \text{ impair}$$

II.2 - Principe de l'asservissement en phase d'une fréquence microonde

Les générateurs de fréquence microonde dans les bandes Q et E sont des klystrons réflex. Ceux-ci possédant un accord électronique de fréquence sont donc susceptibles d'être asservis en phase.

Le principal problème résulte de la difficulté de réaliser un comparateur de phase fonctionnant dans ces gammes de fréquence.

Il est possible de réaliser un tel comparateur de phase à partir d'un té magique suivi d'un amplificateur différentiel (Fig B4).

Un tel montage est peu utilisé car il nécessite un équilibrage délicat par suite de la dispersion des caractéristiques des deux diodes détectrices. De plus les dérives de l'amplificateur continu à grand gain introduisent des perturbations dans l'asservissement.

Les asservissements en phase utilisés pratiquement sont des asservissements à deux références dont le principe est donné (Fig B5). La référence principale est utilisée pour opérer un trans-

FIG B4 : Réalisation d'un comparateur de phase hyperfréquence avec un té magique.

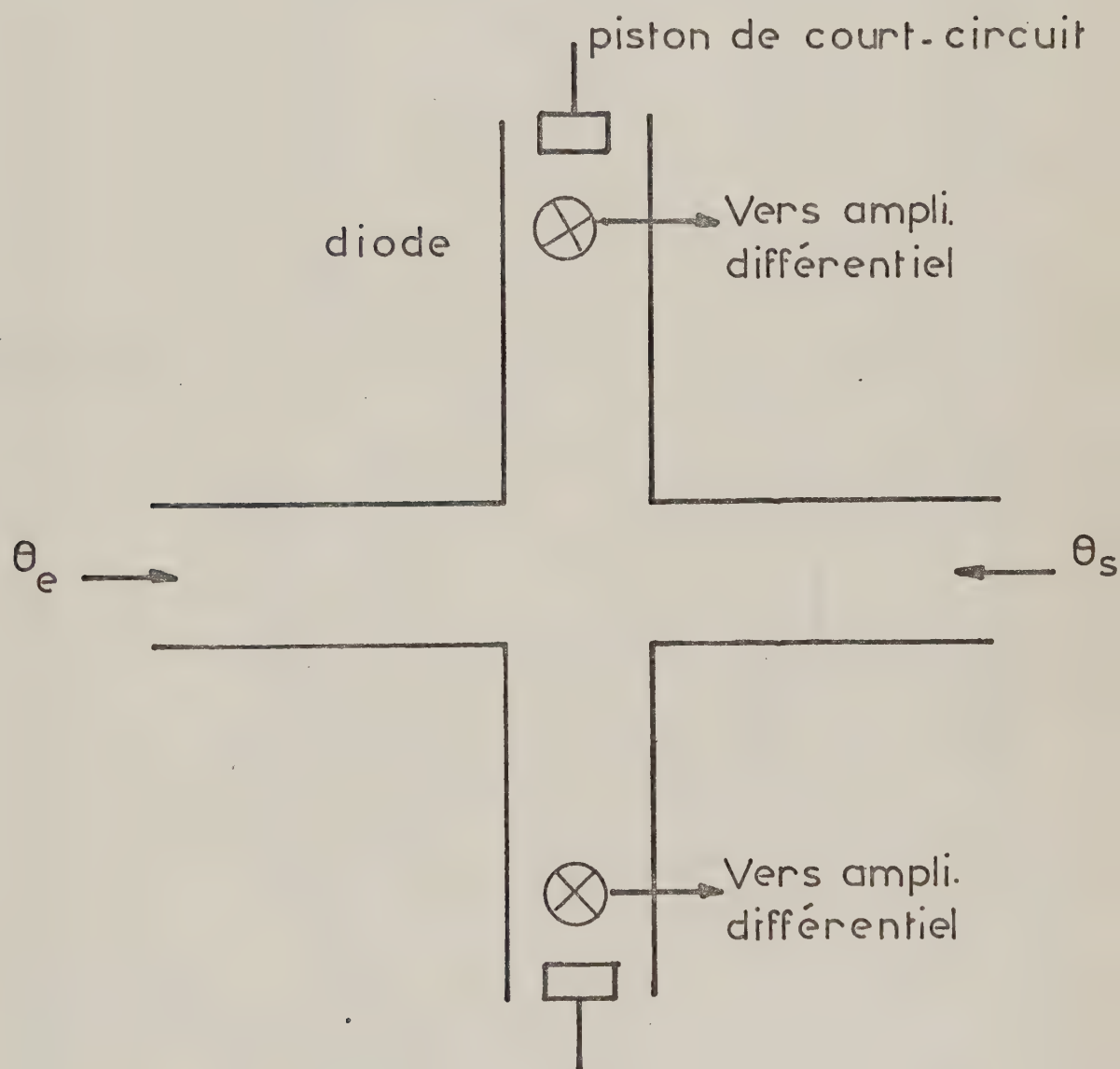
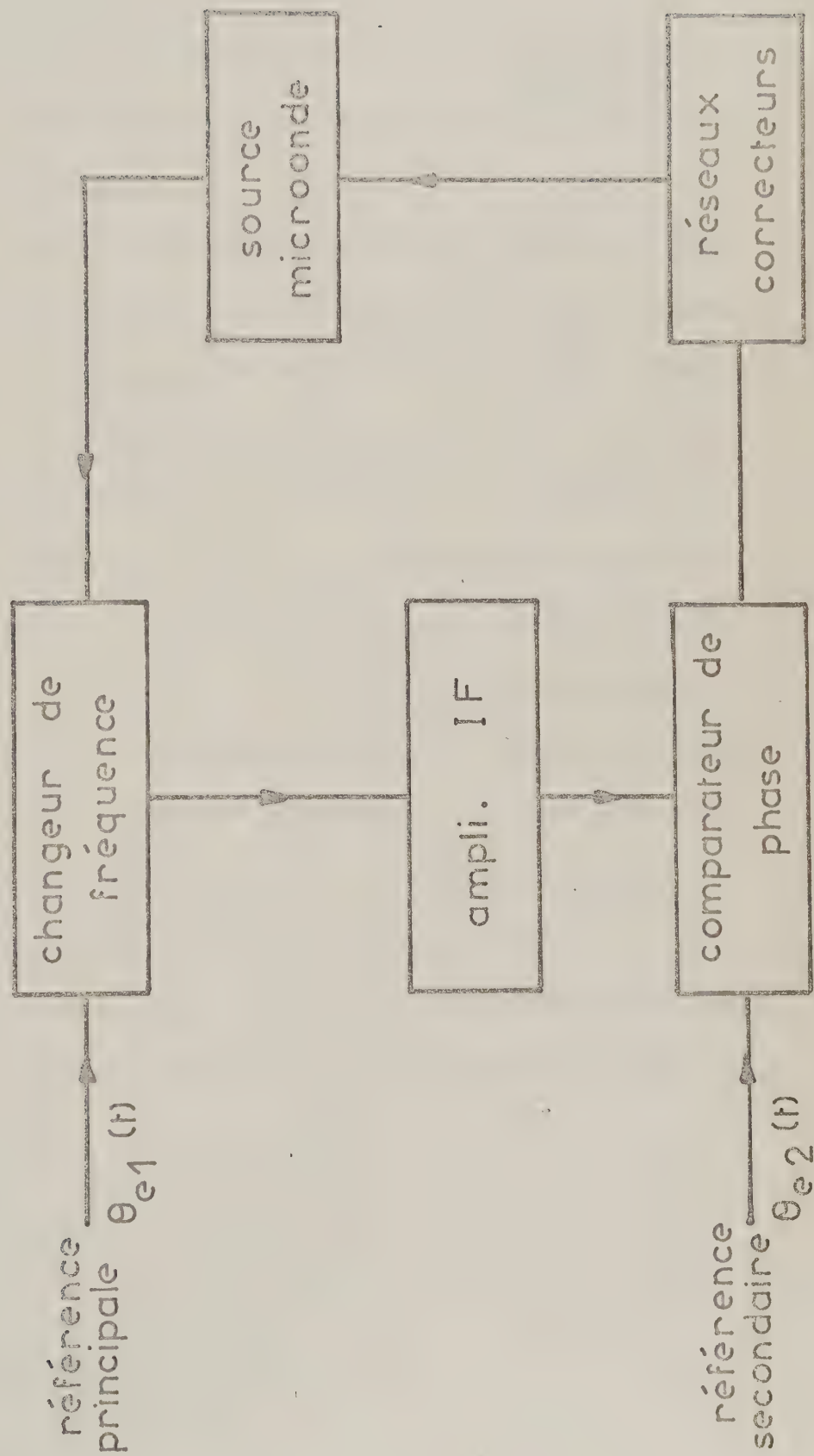


FIG B5 : Asservissement en phase d'une source microonde sur deux références.



fert de la fréquence microonde dans les bandes VHF où il est possible d'amener le signal à un niveau suffisant par amplification dans des circuits accordés. Le signal VHF ou IF est alors ^{comparé} en phase avec une référence secondaire.

La fréquence des battements IF sera voisine de 30 MHz. On montre en effet que, compte tenu du spectre de bruit des klystrons réflex et des caractéristiques des diodes mélangeuses, cette valeur de la fréquence intermédiaire correspond au minimum de bruit transmis. On sait aussi [A IV-3] que l'accrochage de l'asservissement est liée à la réponse en haute fréquence du comparateur de phase. Celle-ci impose donc d'avoir un signal à fréquence intermédiaire relativement élevée. On peut réaliser au voisinage de 30 MHz des comparateurs de phase performants avec des diodes classiques de type 1N914.

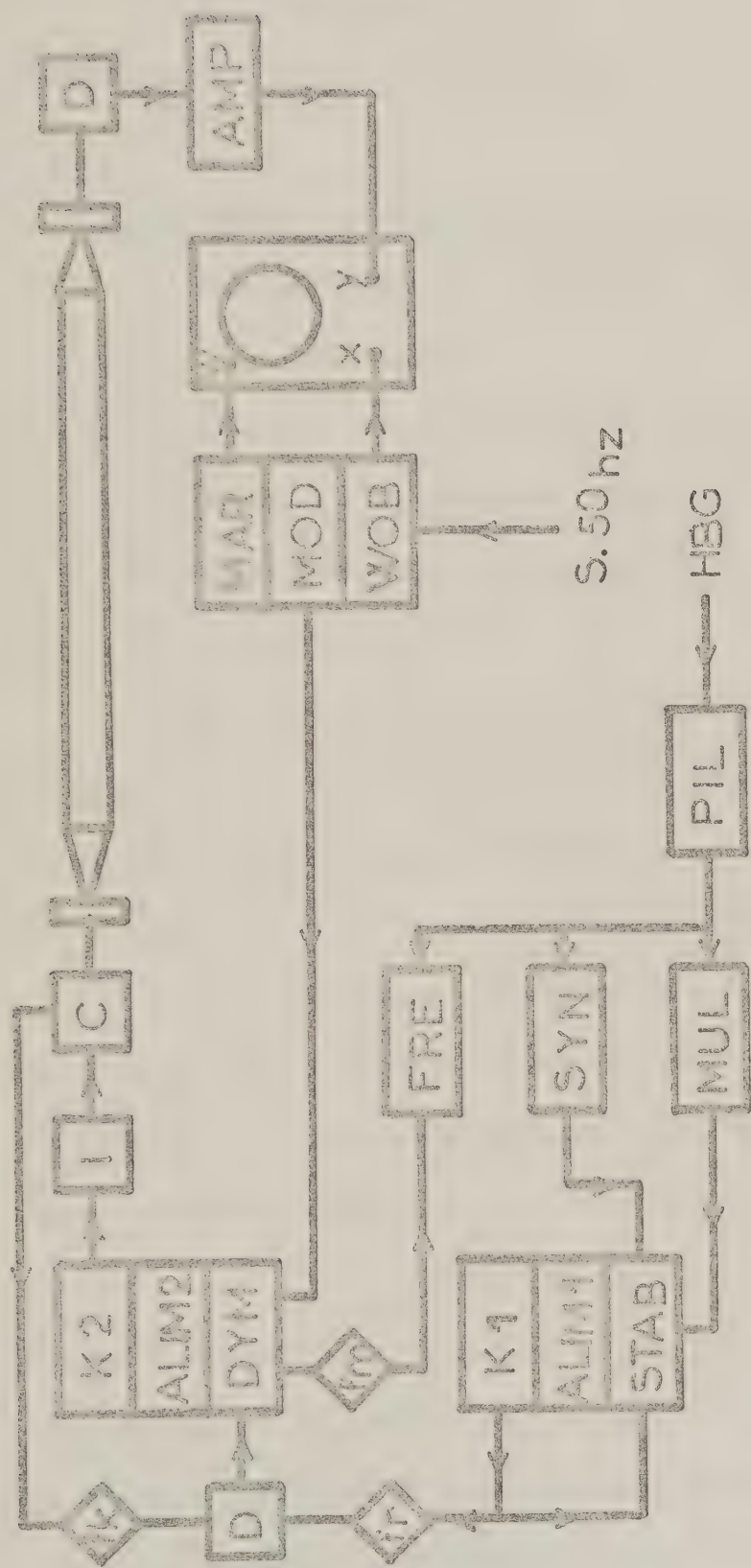
La bande passante de l'amplificateur IF est liée aux performances d'accrochage de la boucle ainsi qu'aux caractéristiques de l'asservissement. Cette question sera reprise plus loin.

Un asservissement en phase sur deux références se comporte comme un asservissement sur une seule entrée de la forme

$$[A \text{ I- 4.2}] \quad \theta_e(t) = \theta_{e1}(t) + \theta_{e2}(t)$$

Compte tenu du fait qu'un oscillateur asservi en phase reproduit en sortie la fréquence d'entrée sans erreur de position, l'expression de la fréquence microonde asservie est :

$$f_k = f_{e1} \pm f_{e2}$$



MUL chaîne de multiplication

PIL pilote à quartz

WOB wobulateur.

MOD modulateur

MAR système de marquage

I isolateur

C coupleur directif

D diode 1N26

AMP amplificateur faible bruit

FRE fréquence mètre

SYN synthétiseur de fréquence

Le comparateur de phase est éventuellement suivi d'un amplificateur et de circuits correcteurs.

II , 3 - Application à la réalisation d'un wobulateur hyperfréquence

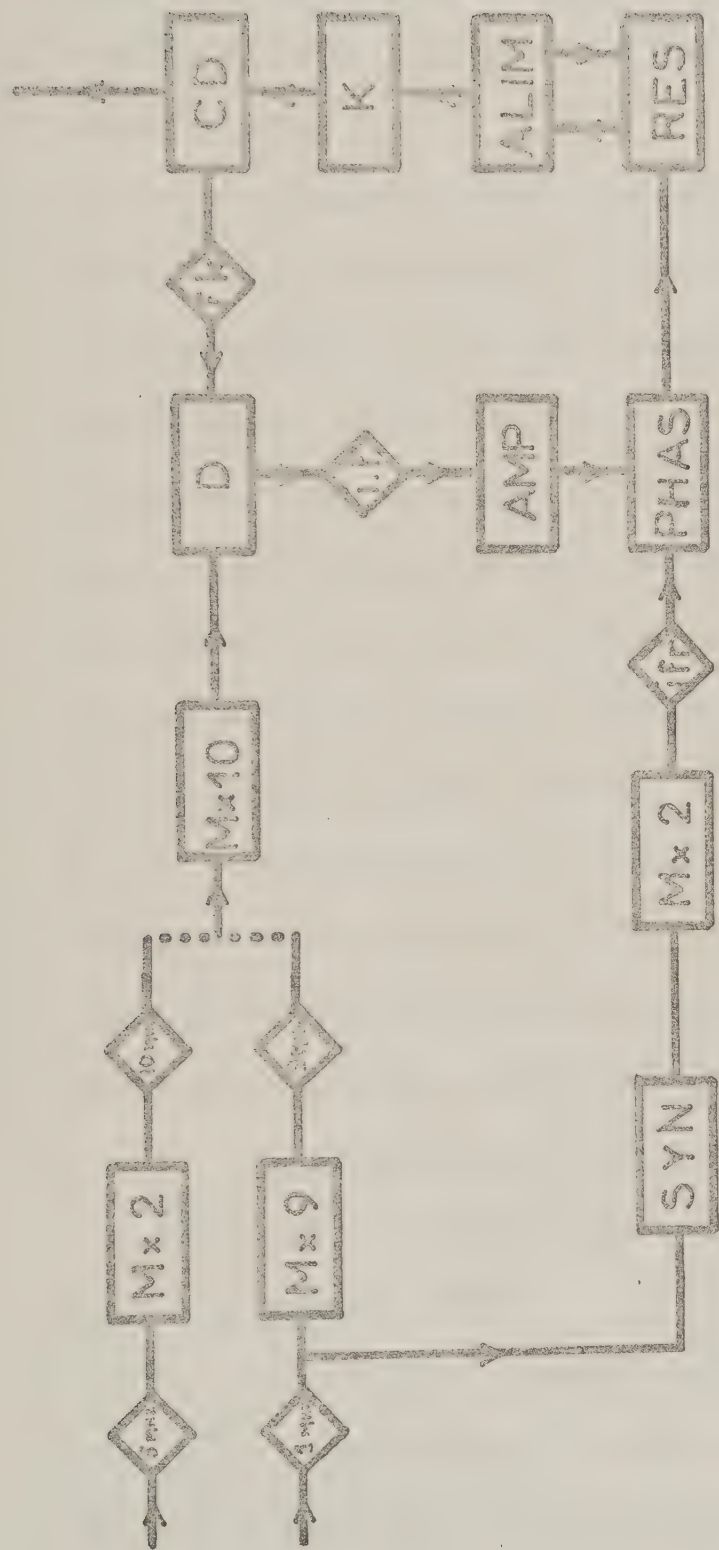
Un wobulateur est constitué d'un générateur balayé en fréquence autour d'une valeur centrale. La tension assurant la modulation en fréquence est aussi appliquée à l'entrée X d'un oscilloscope de sorte que pour un modulateur linéaire, le signal observé en sortie du dispositif à étudier permet de visualiser la réponse en fréquence du dispositif (Fig B6) .

Les klystrons utilisés comme générateurs dans les bandes Q et E pourront donc être asservis en phase sur une référence modulée en fréquence ce qui est facilement réalisable sous réserve de conditions sur la fréquence de modulation [A III-3]

Pour des raisons de simplicité et de précision finale des mesures [C III-1] la modulation est introduite sur la référence secondaire de l'asservissement. L'expression instantanée de la fréquence source est alors :

$$f_k = N' f_r + f'_i$$

$N' f_r$ est le N' ème harmonique du signal de référence de fréquence f_r . La wobulation est réalisée par un oscillateur modulé en fréquence par la tension de balayage horizontal de l'oscilloscope d'observation et de fréquence centrale 30 MHz. La fréquence délivrée par cet oscillateur constitue la référence secondaire f'_i .



K	klystron (2 à 4 GHz)	PHAS	comparateur de phase
CD	coupleur directif	SYN	synthétiseur ND 30 M
ALIM	alimentation klystron	M x ..	multiplicateur de fréquence
D	diode génératrice d'harmonique	RES	réseaux correcteurs
AMP	amplificateur 30 MHz (B = 10 MHz)		

FIG B7

La radiofréquence centrale f_{ko} correspondant à une valeur $f'_{io} = 30$ MHz est repérée sur la trace de l'oscilloscope par un système de marquage qui permet la mesure de la fréquence du phénomène étudié.

On montrera [C III-1] que la précision finale de la mesure est liée principalement à la connaissance et à la stabilité de la référence principale f_r . La nécessité pour Nf_r de couvrir totalement les bandes de fréquence déjà définies et d'être hautement stable en fréquence impose à la référence f_r d'être synthétisée à partir d'un oscillateur à quartz de haute qualité. La fréquence délivrée par cet oscillateur étant relativement basse (5 MHz), il est nécessaire d'opérer une multiplication de cette fréquence pour en obtenir des harmoniques dans la bande désirée.

Une estimation de la puissance recueillie sur le Nième harmonique de f_r à partir de la loi donnée par LEENOV et ULHIR indique que pour asservir dans de bonnes conditions le klystron source, f_r doit avoir une valeur supérieure au gigahertz.

La puissance requise pour le signal f_r , d'une centaine de milliwatts, pourrait être facilement obtenue par simple multiplication d'une fréquence VHF.

Cependant, étant donné le rang élevé de multiplication et la largeur de bande requise, la référence principale de l'asservissement du klystron source est un oscillateur délivrant des fré-

quences f_r comprises entre 2 et 4 Gigahertz, lui-même asservi en phase sur le pilote quartz.

La fréquence asservie de l'oscillateur relais est alors:

$$f_r = N f_D \pm f_i$$

qui définit complètement la radiofréquence centrale

$$f_{ko} = N' f_r \pm f'_{io}$$

- N et N' sont les rangs des harmoniques obtenus par multiplication dans des circuits passifs à diodes

- f_D ou fréquence de départ est obtenue par multiplication dans des circuits actifs à transistors de la fréquence du quartz pilote.

Pour que la radiofréquence f_{ko} puisse couvrir toute la bande(Q et E) par bonds suffisamment faibles devant la précision finale des mesures, la fréquence f_i de référence secondaire est fournie par un synthétiseur. f_i varie de 27 à 33 MHz par bonds de 20 Hz minimum.

Nous avons vérifié par un calcul systématique de toutes les fréquences f_{ko} (Fig B14), que la couverture complète des bandes 8 mm et 4 mm était assurée dans ces conditions, à condition de jouer sur les différentes valeurs possibles pour les rangs d'harmoniques N et N' et de disposer pour f_D des deux fréquences 90 et 100 MHz.

III - REALISATION DES MULTIPLICATEURS DE FREQUENCE

III.1 - Performances du pilote quartz

L'ensemble du wobulateur est piloté à partir d'un oscillateur à quartz délivrant une fréquence f_Q de très haute stabilité et connue avec une grande précision .

La fréquence f_Q utilisée comme référence est délivrée par un oscillateur Rohde et Schwarz XSD. Le verrouillage en phase du quartz sur l'émission pilote HBG par le contrôleur de fréquence XKE permet d'associer la stabilité élevée à court terme des oscillateurs à quartz (quelque 10^{-11}) à la stabilité à long terme garantie par les émissions pilotes à étalons atomiques.

On dispose des fréquences 1 MHz et 5 MHz. Leur stabilité de fréquence est meilleure que 10^{-10} à long terme.

Le spectre de fréquence d'un tel oscillateur à quartz présente une excellente monochromaticité. La largeur relative de la raie d'oscillation peut être estimée à $\frac{\delta f_Q}{f_Q} = 10^{-13}$.

III.2 - Réalisation des chaines de multiplication à transistors

Les chaines de multiplication réalisées permettent d'obtenir les fréquences 90 et 100 MHz nécessaires à l'asservissement en phase du klystron relais.

Les circuits multiplicateurs sont tous du type push

push ou push pull suivant le rang de l'harmonique recherché [Dossier technique] .

Les fréquences 9 MHz et 10 MHz sont obtenues par multiplication respectives des fréquences 1 MHz et 5 MHz délivrées par le pilote à quartz.

Deux chaînes multiplicatrices par 10 respectivement accordées sur 90 et 100 MHz permettent d'obtenir les fréquences recherchées. Le niveau de sortie est supérieur à 2 V sous 50 Ohms.

IV - DESCRIPTION DE L'ASSERVISSEMENT DU KLYSTRON RELAIS

Nous donnerons un exemple de détermination des principaux paramètres définis dans la partie A pour l'asservissement du klystron relais, puis nous indiquerons les caractéristiques des principales fonctions intervenant dans l'asservissement (Fig B7).

- Le changement de fréquence
- L'amplification à la fréquence intermédiaire
- La détection de phase

Les caractéristiques techniques des circuits réalisés sont données dans le dossier technique en Annexe.

IV.1 - Détermination des paramètres de l'asservissement

En conclusion de la première partie de ce mémoire, nous avons indiqué que la boucle la mieux adaptée à notre problème était une boucle du second ordre avec un filtre à compensation intégrale de phase. On avait appelé paramètres d'un tel asservissement du second ordre, sa fréquence de résonance ω_n et son amortissement ζ . En fait, une telle boucle est définie par trois variables indépendantes, K_v fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement, ζ_1 et ζ_2 constantes de temps des réseaux correcteurs.

De ces trois paramètres seul K_v est directement interprétable, car il mesure la plage de maintien et la plage de décrochage

de l'asservissement. Les constantes de temps τ_1 et τ_2 ne sont pas directement accessibles, mais sont fixées si l'on se donne:

- la plage de maintien ou de décrochage
- la plage d'accrochage
- l'amortissement

La plage de maintien doit être suffisamment large pour que l'asservissement ne décroche pas trop rapidement sous l'influence des dérives du klystron relais et pour que les pas de fréquence introduits sur la référence secondaire f_i lors de l'ajustage de la radio-fréquence centrale ne fassent pas perdre l'asservissement. Quant à l'amortissement, nous le fixons à $\zeta = 0,7$ ce qui correspond à la valeur de l'amortissement critique.

IV.1.1. Choix de la plage de décrochage et de la plage d'accrochage

Le klystron utilisé comme oscillateur relais possède une plage d'accord électronique moyenne de 8 MHz. On pourrait choisir une plage de maintien $\Delta f_H \approx 4$ MHz, ce qui permettrait d'utiliser toute la plage d'accord électronique. En pratique, ce critère conduit à des gains de boucle trop élevés et il est préférable de choisir une plage de maintien plus étroite, mais suffisante pour que l'oscillateur reste accroché pendant un temps assez long.

Des mesures de fréquence effectuées sur le klystron non asservi ont indiqué que la dérive lente en régime établi était de l'ordre de 5 kHz par seconde. Une valeur de $\Delta f_H = 1,5$ MHz permet

d'espérer des durées d'accrochage sans retouche de l'accord de l'oscillateur de l'ordre d'une heure ce qui est suffisant.

Quant à la plage de décrochage $\Delta f_p \geq 0,72 \Delta f_H$, elle sera dans ces conditions voisine de 1 MHz, ce qui permettra d'ajuster la radiofréquence centrale sur une plage de 0,8 MHz minimum.

La plage d'accrochage peut être choisie très étroite, et on utilise pour acquérir l'asservissement des procédés artificiels d'accrochage [GAR] tels que les élargissements de boucle ou les balayages forcés. Si cette technique est indispensable pour l'asservissement du klystron source, on constate expérimentalement que la sensibilité d'accord de l'oscillateur relais est suffisante pour pouvoir opérer l'accrochage sans artifices. On choisit la plage d'accrochage $\Delta f_H \geq 50$ kHz.

IV.1.2. Détermination des constantes de temps de la boucle

Le filtre à compensation intégrale (Fig B8) réalisé avec les valeurs : $R = 39$ kOhms, $C_1 = 180$ pF, $C_2 = 33$ pF permet d'obtenir les constantes de temps $\tau_1 = 7 \mu s$ et $\tau_2 = 1,3 \mu s$. Avec un gain en boucle ouverte $K_v = 1,5$ MHz, les paramètres de l'asservissement sont alors :

- plage de maintien $\Delta f_H = 1,5$ MHz
- plage de décrochage $\Delta f_p \geq 1$ MHz
- plage d'accrochage $\Delta f_L \leq 230$ kHz

La fréquence de résonance de la boucle est $f_n = 170$ kHz

Le coefficient d'amortissement $\zeta = 0,74$, la bande de bruit prend la valeur $B_L = 0,57$ MHz, valeur relativement importante, mais qui reste secondaire ici étant donné le bon rapport signal sur bruit de la référence.

IV.2. - Caractéristiques des principales fonctions de l'asservissement

IV.2.1. Le changement de fréquence

Il est réalisé par un ensemble générateur d'harmoniques mélangeur équipé de 2 diodes hyperfréquences 1N416B. L'une des diodes fournit des harmoniques de la fréquence de référence f_D dans la bande de fonctionnement du klystron relais ; la seconde réalise le battement à la fréquence intermédiaire de 30 MHz.

Le rang d'harmonique le plus élevé est $N = 45$. Les pertes maximum résultant de la conversion dans la résistance non linéaire de la diode sont estimés à partir de la loi de LEENOV et ULHIR à 70 db. Nous admettons d'autre part une perte de conversion de 10 db pour le changement de fréquence. Le niveau des battements recueillis à l'entrée de l'amplificateur IF devant être supérieur à 10^{-9} W pour conserver un bon rapport signal sur bruit le niveau de puissance de la référence f_D à 100 MHz doit être supérieur à 100 mW, soit 2 à 3 V dans 50 Ohms.

Le niveau de puissance hyperfréquence peut être plus faible. Le couplage du mélangeur à la ligne hyperfréquence est réalisé par un coupleur directif de 20 db.

FIG B8 : Filtre correcteur de l'asservissement du klystron relais.

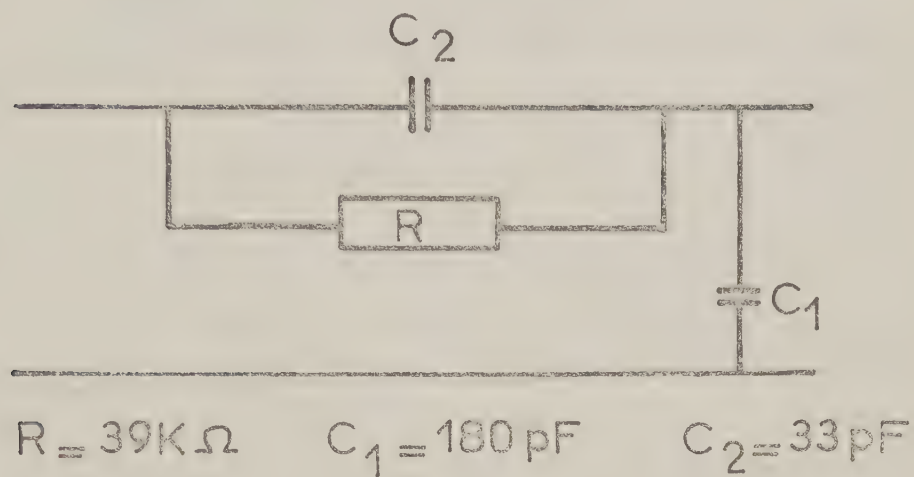
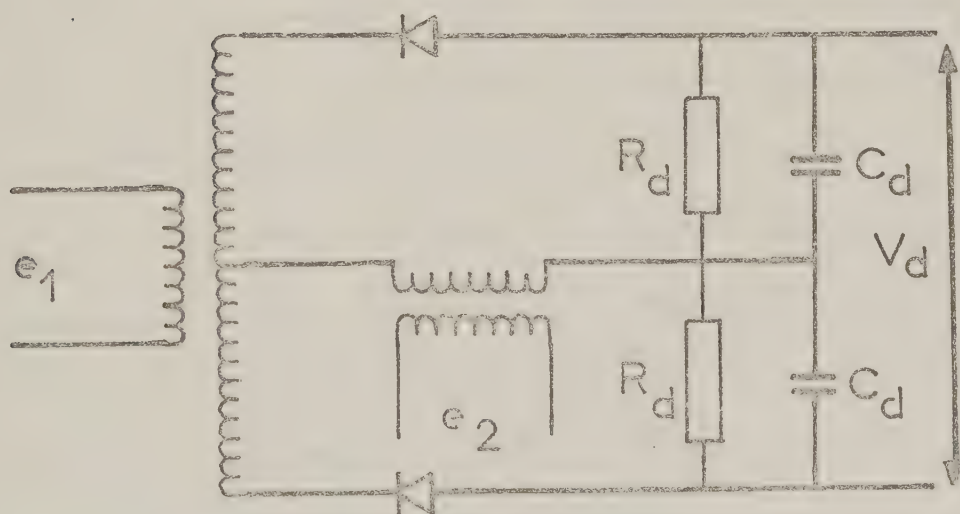


FIG B10 : Schéma de principe du comparateur de phase.



$$e_1 = E_1 \cdot \sin \omega t$$

$$e_2 = E_2 \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

$$V_d = K_d \cdot \sin \theta$$

IV.2.2. Amplificateur moyenne fréquence

L'amplificateur moyenne fréquence est réalisé par un amplificateur à circuits accordés. Les battements doivent avoir un niveau minimum de 1 V pour 50 Ohms pour attaquer correctement le comparateur de phase; compte tenu du fait que le niveau des battements est de 10^{-9} Watts à l'entrée de l'amplificateur, un gain en puissance de 80 db est nécessaire.

Nous donnons (Tableau B9) le niveau IF recueilli en sortie de l'amplificateur pour un gain donné et pour diverses valeurs de la fréquence du klystron relais. On constate que ce niveau varie fortement avec la valeur de f_r .

Le gain du détecteur de phase n'étant pas indépendant de la valeur des signaux qui lui sont appliqués, le gain K_v de boucle peut varier, ce qui conduit à isoler le comparateur de phase de l'amplificateur IF par un étage limiteur accordé à 30 MHz de même bande passante que l'amplificateur IF.

La plage de réglage de la référence secondaire est variable de 27 à 33 MHz ce qui impose à l'amplificateur IF une bande passante d'au moins 6 MHz. En pratique, cette bande est choisie beaucoup plus importante afin d'avoir un déphasage aussi constant que possible dans la plage de fonctionnement et afin de pouvoir transmettre un désaccord de synchronisme de 1 MHz environ, condition nécessaire pour un bon accrochage quelle que soit la valeur nominale

de la référence secondaire.

La bande passante de l'ensemble amplificateur-limiteur est de 10 MHz à 3 db pour une valeur centrale de 30 MHz.

IV.2.3. La référence secondaire

Nous avons déjà indiqué que pour assurer la couverture complète des plages hyperfréquences désirées, la référence secondaire devait pouvoir être ajustée de 27 à 33 MHz.

Cette référence secondaire devant être connue avec une grande précision pour assurer la mesure finale de la radiofréquence marquée, elle est obtenue à partir d'un synthétiseur de fréquence ND 30M piloté par l'ensemble de référence à quartz.

La fréquence maximum disponible sur le synthétiseur étant insuffisamment élevée celui-ci est suivi d'un doubleur large bande couvrant en sortie la bande de 27 à 33 MHz. La fréquence utile du synthétiseur est alors de 13,5 à 16,5 MHz.

Le pas minimum de fréquence du synthétiseur est de 10 Hz ce qui conduit compte tenu du rang N' de l'harmonique utilisé pour asservir le klystron source, à un écart entre les points stabilisés à la fréquence microonde de 100 Hz.

IV.2.4. Le comparateur de phase

Le comparateur de phase utilisé est classique à circuits accordés (Fig B10). Il est centré à 30 MHz avec une bande pas-

sante voisine de 10 MHz rendue nécessaire par la largeur de la plage d'accord de la référence secondaire.

Si $\theta(t)$ est la différence instantanée de phase entre les deux entrées, on montre [Annexe IV] qu'un tel circuit a une réponse de la forme.:

$$V_d = K_d \sin \frac{\theta}{2}$$

où K_d est le gain du comparateur de phase. Pour obtenir une valeur suffisamment élevée du gain K_d , chacune des entrées est précédée d'un étage amplificateur haute fréquence et la sortie détectée V_d est amplifiée avant d'attaquer les réseaux correcteurs.

Le gain K_v de l'asservissement en boucle ouverte est le produit du gain K_d du comparateur de phase par le taux de modulation K_m du klystron [A-I.3.1]

$$K_v = K_d \cdot K_m$$

L'oscillateur utilisé a un taux de modulation K_m voisin de 0,2 MHz/V. Pour obtenir un gain de boucle $K_v = 1,5$ MHz, le comparateur de phase doit avoir un gain :

$$K_d = 7,5 \text{ V/radian}$$

V - LE SYSTEME DE WOBULATION ET DE MESURE DE FREQUENCE

V.1 - Description de la source wobulée

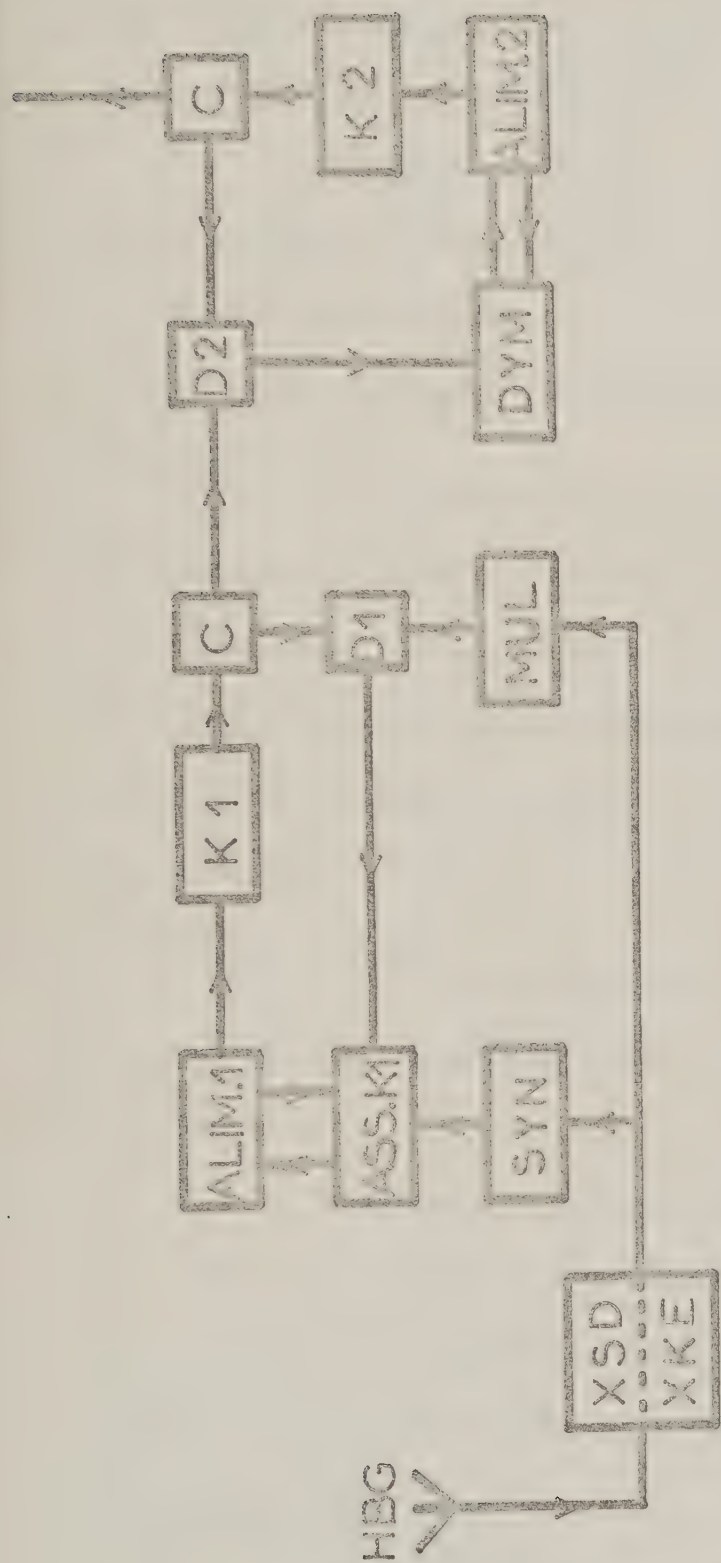
La source wobulée est asservie au moyen d'un synchronisateur de phase sur une référence principale constituée par le klystron relais et sur une référence secondaire modulée en fréquence (Fig B11).

Le synchronisateur utilisé réalise un asservissement en phase de la source microonde de même type que celui du klystron relais.

On réalise des battements entre le $N^{\text{ième}}$ harmonique de f_r et la fréquence du klystron source f_k . Le générateur d'harmonique-mélangeur est constitué d'une diode 1N26 (ou 1N53) montée directement dans le guide d'onde et pouvant être accordée par des pistons de court-circuits. Les pertes totales de conversion calculées indiquent un affaiblissement d'environ 70 à 80 db suivant le rang N des harmoniques utilisés. Expérimentalement, on constate que le niveau des battements est beaucoup plus faible que prévu et une adaptation délicate du cristal mélangeur est nécessaire pour obtenir une puissance convenable à la fréquence intermédiaire.

Le générateur microonde utilisé est :

- un klystron Philips 55 335 dans la bande des 8 mm (31 à 37 GHz)
- un klystron Philips YK 1010 dans la bande des 4 mm (67 à 73 GHz)



K ₁	klystron relais (2 à 4 GHz)	D 1	diode génératrice d'harmonique
ALIM 1	alimentation de K ₁	D 2	diode 3N 26
ASS K 1	asservissement de phase de K ₁	SYN	synthétiseur ND 30 M
K ₂	klystron source (30 à 36 GHz)	MUL	chaîne de multiplication de la fréquence de référence
ALIM 2	alimentation de K ₂	XSD,	XKE oscillateurs à quartz et asservissement de phase associé
DYM	Dymec 2650 A, stabilisateur de phase	HBG	émission pilote de référence

FIG B11

La puissance microonde nécessaire à la production des battements est prélevée sur la ligne hyperfréquence par un coupleur 10 db en 8 mm et par un té magique dans la bande E.

La moyenne est centrée à 30 MHz, mais la largeur de bande des circuits IF est réduite à la valeur requise par l'amplitude de l'excursion de la modulation de fréquence de la référence secondaire soit environ 4 MHz. Le gain de l'amplificateur IF est supérieur à 80 db.

La référence secondaire réalisant la wobulation est un oscillateur libre accordé à 30 MHz et dont la stabilité à court terme est de quelques 10^{-6} par seconde. Cet oscillateur peut être modulé en fréquence par une tension extérieure grâce à un dispositif à diodes Varicap. L'amplitude maximum de l'excursion de fréquence est de 1 MHz et le taux de modulation de l'oscillateur est 0,25 MHz par volts.

Le système de balayage forcé réalisé par une boucle à contre réaction positive permet de faciliter l'acquisition de l'asservissement.

Nous donnons pour terminer les caractéristiques de cet asservissement. La tension maximale de correction qui peut être appliquée sur le réflecteur du klystron est de ± 20 volts ce qui compte tenu de la valeur approximative du taux de modulation des klystrons utilisés:

$$0,5 \text{ MHz/Volts} \leq K_m \leq 1 \text{ MHz/Volts}$$

et correspond à un gain statique de boucle :

$$10 \text{ MHz} \leq K_v \leq 20 \text{ MHz}$$

Les constantes de temps du réseau correcteur à compensation intégrale sont ici :

$$\tau_1 = 1,5 \mu s \quad \text{et} \quad \tau_2 = 70 \mu s$$

ce qui donne les valeurs suivantes pour les paramètres du second ordre de la boucle :

$$f_n = 150 \text{ kHz} \quad \text{et} \quad \zeta \neq 0,7$$

V.2 - Caractéristiques du dispositif de wobulation

Le principe de la wobulation consiste à étudier la réponse d'un élément de circuit, qui est dans le cas d'un spectromètre hertzien la cellule contenant le gaz étudié, en fonction de la fréquence.

Pour ce faire, on observe sur la trace verticale d'un oscilloscope, la réponse du circuit à une onde modulée en fréquence, et on réalise le balayage horizontal de l'oscilloscope par la même tension qui produit la modulation de fréquence (Fig B12).

On a montré [A-III, 3] qu'un asservissement en phase transmettait correctement une entrée modulée en fréquence à condition que la fréquence de modulation reste faible devant la bande passante de l'asservissement. Avec le réseau correcteur défini précédemment pour la synchronisation du klystron-source, la bande passante de l'asservissement est voisine de sa fréquence de résonance

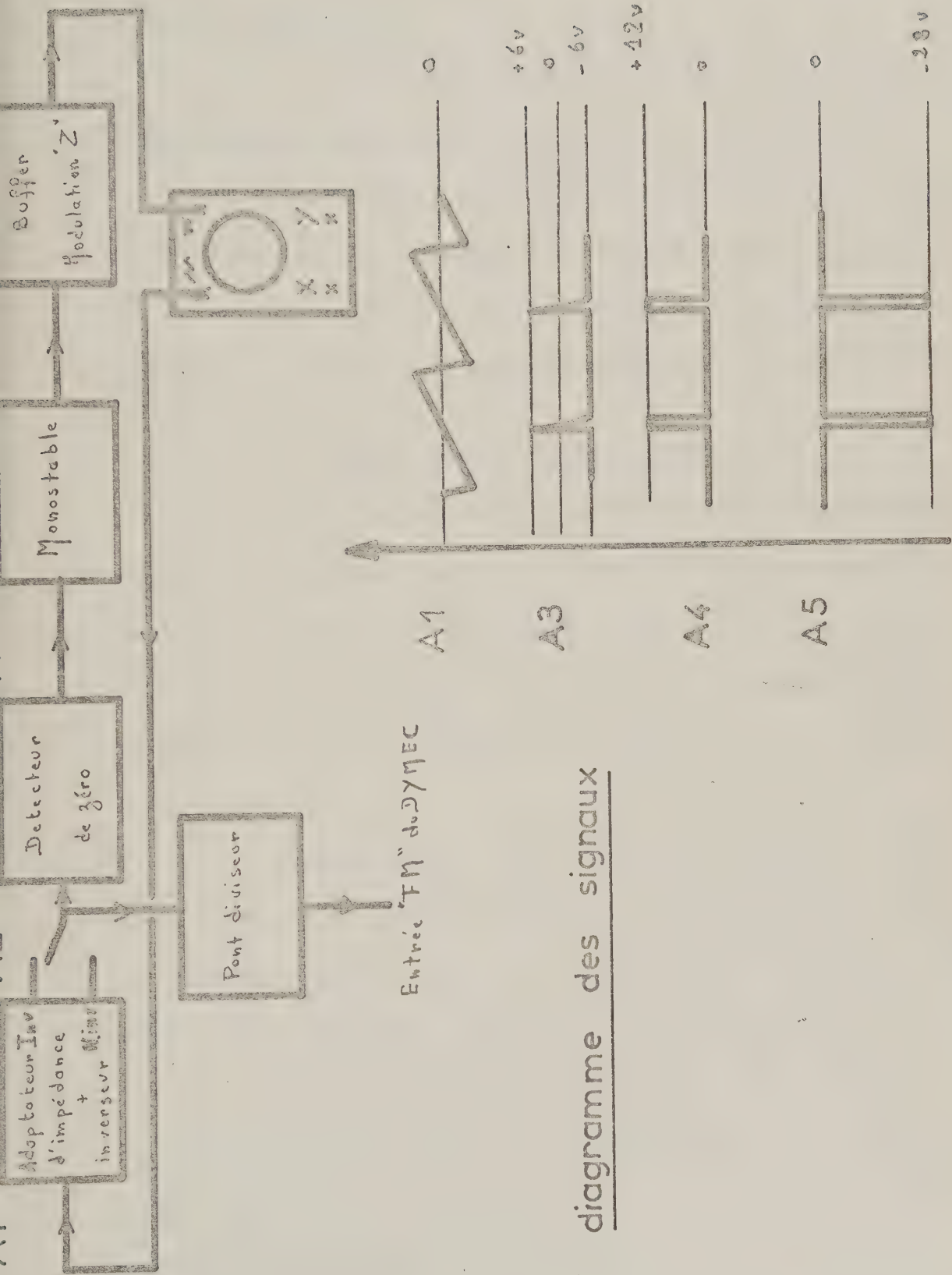


diagramme des signaux

soit environ 150 kHz.

On a vérifié expérimentalement que cet asservissement répondait bien à une modulation de fréquence à condition que la fréquence de modulation f_m reste inférieure à 5 kHz et que l'amplitude de l'excursion de fréquence n'excède pas 1 MHz.

On utilise deux types de modulation, une modulation par une tension en dent de scie et une modulation sinusoidale.

V.2.1. Modulation par une tension en dent de scie

C'est la dent de scie servant au balayage de l'oscilloscope d'observation qui pilote la modulation de fréquence autour de la fréquence centrale de l'Oscillateur : VFO.

Afin de conserver une bonne linéarité à la dent de scie, un adaptateur d'impédance est nécessaire pour attaquer le modulateur à diode Varicap.

Un pont diviseur résistif permet de modifier l'amplitude de cette tension et de faire varier l'excursion de fréquence de la radiofréquence. Enfin, un inverseur est prévu pour permettre un balayage en dent de scie croissante ou décroissante.

La fréquence de modulation est alors définie par la durée du balayage horizontal de l'oscilloscope. Elle peut être choisie à 50 Hz ce qui permet de rendre fixe sur la trace d'observation, les parasites dus au secteur. Mais quelles que soient les précautions prises dans la réalisation des circuits, la non-linéarité de la dent

de scie de balayage pour des fréquences de modulation trop basses déforme le signal et le tasse sur le bord gauche de l'écran de l'oscilloscope.

Ces inconvénients disparaissent si la fréquence de balayage est plus élevée. La valeur optimum nous a semblé correspondre à 1 kHz, mais la résolution du spectromètre diminue quand augmente la fréquence de modulation. D'autres inconvénients, en particulier la difficulté de définir la fréquence marquée, nous ont conduit à utiliser une modulation sinusoidale.

V.2.2. Modulation sinusoidale

Nous verrons plus loin [G-III.2] que si la modulation en dent de scie a l'avantage d'aboutir à une bonne représentation des raies de transition quand elle est suffisamment linéaire, elle ne permet pas des mesures très précises des fréquences de transition.

On obtient dans ce domaine les meilleurs résultats en utilisant une modulation sinusoidale. D'une part, la fréquence de modulation peut sans inconvénient être choisie très faible, pour notre réalisation 50 Hz, et synchronisée sur le secteur. D'autre part, on évite les perturbations dues au retour brutal de la dent de scie.

Une tension sinusoidale à 50 Hz est appliquée directement sur l'entrée modulation de l'oscillateur VFO et sur l'amplificateur X de l'oscilloscope de mesure de façon à obtenir une figure de Lissajous. Un déphaseur variable permet de compenser les

modulation sinusoïdale

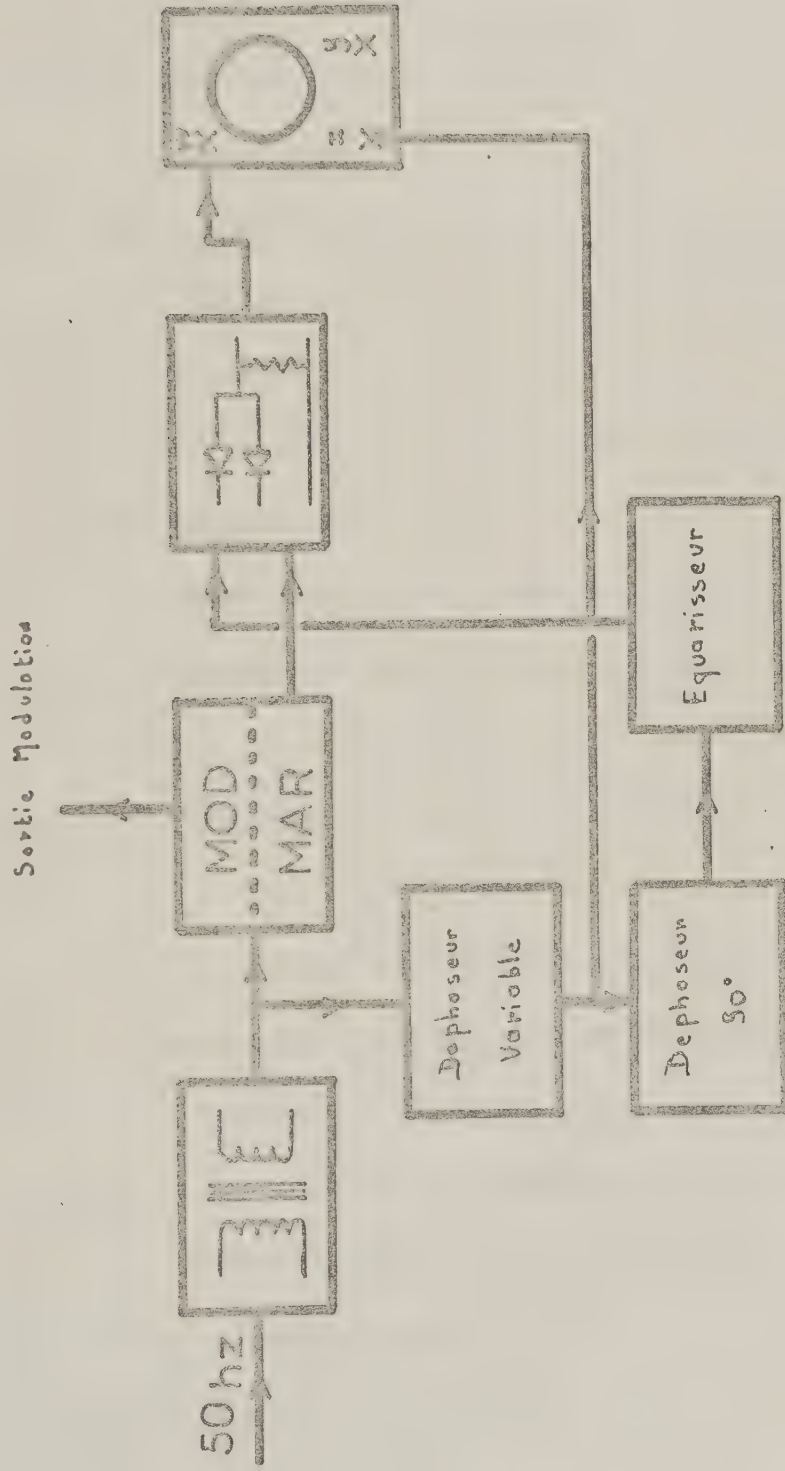


FIG B13

retards parasites introduits sur les deux voies afin d'observer la réponse du circuit en forme vraie. Enfin, la suppression de la double trace est obtenue par extinction du spot pendant une demi-sinusoïde (Fig B13).

V.3 - Réalisation du système de mesure de fréquence

Un asservissement en phase assujettissant l'oscillateur asservi à reproduire exactement la fréquence de référence, il est possible d'adjoindre au wobulateur un système de mesure précis de la radiofréquence.

Nous avons montré en effet qu'en régime établi, la fréquence instantanée du klystron source pouvait s'écrire :

$$f_k = N' f_r \pm f_i$$

où f_r est la fréquence du klystron relais, elle même définie par :

$$f_r = N f_D \pm f_i$$

La valeur des rangs d'harmoniques N' et N peut être connue sans ambiguïté par une simple mesure des fréquences des klystrons à l'ondemètre de même que la valeur des signes correspondants à des stabilisations infradynes ou supradynes.

Les fréquences f_D et f_i obtenues par multiplication de la fréquence du quartz pilote ou issues d'un synthétiseur piloté par ce même quartz sont très stables et connues avec une excellente précision.

Si nous pouvons repérer sur la trace de l'oscilloscope d'observation, une radiofréquence f_{ko} définie par exemple comme la radiofréquence correspondant au passage par 30 MHz de la référence secondaire de l'asservissement du klystron source, nous pourrons effectuer la mesure de la fréquence des phénomènes observés.

Il suffira alors de jouer sur la valeur de la fréquence f_i affichée par le synthétiseur pilotant le klystron relais de façon à faire coïncider le repère correspondant à la radiofréquence f_{ko} avec le phénomène à mesurer.

La fréquence mesurée sera alors :

$$f_{ko} = N' f_r \pm f'_{io}$$

avec

$$f_r = N f_D \pm f_i$$

En pratique f'_{io} ne correspond pas au passage par 30 MHz de la fréquence de l'oscillateur VFO, mais f'_{io} est définie comme la fréquence centrale de cet oscillateur, c'est à dire comme la fréquence correspondant au passage par zéro de la tension de modulation. On montrera [C-III.2] que f'_{io} peut être assimilée à la valeur moyenne, sur un grand nombre de périodes, de la fréquence de la référence secondaire. La valeur de f'_{io} pourra alors être lue avec une très grande précision par simple comptage dans un fréquence-mètre.

Le repérage sur la trace du wobulateur de la radiofréquence marquée f_{ko} correspondant à la valeur f'_{io} mesurée est

réalisé par les circuits de marquage (Fig B12).

Les circuits se composent d'un détecteur de zéro qui au changement de signe de la tension de modulation déclenche un monostable qui délivre une impulsion de durée réglable. Celle-ci attaque le wehnelt de l'oscilloscope d'observation et produit un "spot" par extinction ou surbrillance de la trace.

Pour une fréquence moyenne de balayage de 50 Hz, une impulsion d'une durée de $100\ \mu s$, introduit sur la trace un marqueur suffisamment fin (quelques millimètres) pour faire une mesure précise de fréquence.

VI - CONCLUSION

Nous avons, dans ce chapitre, décrit le principe et la réalisation d'un wobulateur qui permet de visualiser des phénomènes liés à la valeur d'une fréquence microonde d'une part et d'en mesurer la fréquence d'autre part.

Nous donnerons plus loin les résultats expérimentaux obtenus avec cet appareillage, en particulier les précisions des mesures de fréquences réalisées.

Mais auparavant, nous étudierons de façon précise le comportement des éléments du système vis à vis de la stabilité et de la précision des fréquences transmises.

C - STABILITE ET SPECTRE DE FREQUENCE DE LA SOURCE WOBULEE

CALCUL DE LA PRECISION THEORIQUE DES MESURES DE FREQUENCE

I - Performances d'une source microonde asservie

- I.1 Stabilité et spectre de fréquence d'un signal
- I.2 Stabilité de fréquence d'un klystron asservi en phase
- I.3 Spectre de fréquence d'un klystron asservi
- I.4 Application au wobulateur hyperfréquence

II - Etude des perturbations, dégradant les performances de la source asservie

- II.1 Perturbations affectant la stabilité de fréquence
- II.2 Perturbations affectant le spectre de puissance du signal

III - Précision théorique des mesures de fréquence réalisées

- III.1 Incertitude sur la connaissance de la radiofréquence centrale
- III.2 Erreur de fréquence introduite par le système de marquage
- III.3 Erreur de mesure due à l'imprécision du pointé
- III.4 Conclusion

L'asservissement en phase du wobulateur microonde sur un pilote à quartz a pour but d'améliorer la précision des mesures de fréquence de l'appareillage.

Le signal délivré par un oscillateur n'est en effet jamais parfaitement monochromatique, mais peut être caractérisé par sa pureté spectrale et sa stabilité en fréquence. De ce point de vue, les qualités d'un oscillateur à quartz sont bien supérieures à celle d'un klystron-reflex.

On se propose dans ce chapitre, connaissant les performances du pilote, de déterminer les caractéristiques du signal d'une source microonde asservie. On en déduit la précision théorique des mesures de fréquence réalisables avec l'appareillage décrit au chapitre précédent.

I - PERFORMANCES D'UNE SOURCE MICROONDE ASSERVIE

I.1 - Stabilité et spectre de fréquence d'un signal

I.1.1. Rappel et définition fondamentales

Le signal généré par un oscillateur peut être mis sous la forme suivante :

$$v(t) = A(t) \cdot \cos [\omega_0 t + \phi(t)]$$

ω_0 est une constante et $\phi(t)$ une fonction complexe du temps représentant une variation aléatoire de phase qui rend compte de la pureté spectrale et de la stabilité en fréquence du signal.

La pureté spectrale est liée à la notion de monochromaticité du signal. Les éléments résistifs de l'oscillateur sont des sources de bruit thermique lequel peut être mis sous sa forme de Rice :

La composante en quadrature de phase du bruit conduit à une variation aléatoire de la phase. Il en résulte une incertitude sur la définition de la période du signal qui donne une largeur finie à la raie d'oscillation. La largeur relative de cette raie s'écrit :

$$\frac{\delta f_Q}{f_Q} = \frac{\overline{\Delta \varphi^2}}{2 \pi} \quad [\text{GRI}]$$

$\overline{\Delta \varphi^2}$ est la variance de la phase de l'oscillateur.

On peut aussi caractériser le signal par sa stabilité en fréquence. La stabilité de fréquence à court-terme traduit l'action du bruit sur le signal. Sa valeur quadratique moyenne est :

$$\sigma_z^2 = \frac{2}{z^2} [C_\phi(0) - C_\phi(z)]$$

C_ϕ étant la fonction d'autocorrélation de la phase et z le temps de mesure.

D'autre part, la fréquence de l'oscillateur peut être l'objet de fluctuations dues aux variations aléatoires dans le temps des éléments déterminant sa fréquence. On définit alors la stabilité à long terme dont il sera question dans ce chapitre.

1.1.2. Caractéristiques de l'oscillateur pilote

La fréquence f_Q utilisée comme référence pour le wobulateur est délivrée par un ensemble à quartz Rohde et Schwarz XSD, verrouillé en phase sur une émission pilote. La stabilité du pilote mesurée par l'écart type de l'erreur relative de l'erreur relative de la fréquence du quartz relative à un ensemble de n mesures :

$$S = \frac{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}}{n} \quad \text{avec } x_i = \frac{\Delta f_Q}{f_Q}$$

est meilleure que 10^{-10} à long terme

La largeur relative de la raie d'oscillation $\frac{\delta f_Q}{f_Q}$ est de l'ordre de 10^{-13}

Les performances du pilote sont reportées sur la source microonde par l'intermédiaire des multiplicateurs de fréquence et des asservissements en phase. Ces éléments peuvent être considérés comme parfaits et on indique comment ils transmettent les caractéristiques du pilote. Ils peuvent aussi être une source de perturbations et dégrader ces caractéristiques.

1.2 - Stabilité de fréquence d'un klystron asservi en phase

Le principe de la multiplication de fréquence conserve au signal sa stabilité. Dans l'hypothèse où le multiplicateur de fréquence est parfait et tenant compte du fait que la fréquence d'un klystron asservi en phase est $f_r = N f_D \pm f_i$, la stabilité de fréquence du klystron asservi s'écrit :

$$\frac{\Delta f_r}{f_r} = \frac{\Delta f_D}{f_D \pm f_i} + \frac{\Delta f_i}{f_D \pm f_i}$$

Soit en posant $n = \frac{f_D}{f_i}$ avec $n \gg 1$

$$\sigma_r = \sigma_D \frac{n}{n \pm 1} + \sigma_i \frac{1}{n \pm 1}$$

la contribution de la référence secondaire à la stabilité de la source asservie est donnée par la stabilité propre de cette fréquence multipliée par le facteur $1/(n \pm 1)$. Elle est donc d'autant plus facilement négligeable que le rapport des fréquences de la référence principale à la référence secondaire est plus élevé.

1.3 - Spectre de fréquence d'un klystron asservi

1.3.1. Action de la multiplication de fréquence sur la largeur de la raie d'oscillation

La multiplication de fréquence du signal entraîne un élargissement de la raie d'oscillation du pilote.

On peut considérer une onde imparfaitement monochromatique, c'est-à-dire de largeur finie, comme formée de tronçons de sinusoides de même amplitude et de même période, légèrement déphasés de façon aléatoire les uns par rapport aux autres.

Le calcul de cet élargissement indique que la largeur relative de la raie est multipliée par l'ordre n de l'harmonique [O L I]

$$\frac{\delta f_n}{f_n} = n \frac{\delta f_Q}{f_Q}$$

Le rang total de multiplication entre le quartz à 5 MHz et la fréquence de la source microonde $f_K = 40$ GHz, étant $n = 8000$, on obtient :

$$\frac{\delta f_K}{f_K} \leq 8.10^{-10} \quad \text{soit} \quad \delta f_K \leq 32 \text{ Hz}$$

1.3.2. Transmission du spectre de fréquence du signal par l'asservissement

Le spectre d'un klystron libre est complexe et étendu. La raie centrale d'oscillation est assez large (en moyenne plusieurs milliers de Hertz). On trouve des raies de modulation d'intensité non négligeable et assez écartées de la fréquence centrale, un rapport signal sur bruit assez faible.

Ces imperfections ayant pour causes principales :

- les modulations résultantes des tensions d'alimentation
- la sensibilité microphonique du klystron
- la variation de l'impédance de charge
- les variations et le bruit thermique de la cavité du klystron

On a montré [A-V] qu'à l'intérieur de la bande passante de l'asservissement, le rapport des fluctuations de phase $\overline{\theta_s^2}$ de l'oscillateur asservi aux fluctuations de phase $\overline{\theta_e^2}$ du signal d'entrée était :

$$\frac{\overline{\theta_s^2}}{\overline{\theta_e^2}} = \frac{K_V^2}{(1 + K_V)^2}$$

K_V , gain statique de boucle, est supérieur à 10^6 rad/s

Dans les mêmes conditions, le rapport des fluctuations de phase $\overline{\theta_s^2}$ aux fluctuations $\overline{\theta_l^2}$ de l'oscillateur libre est :

$$\frac{\overline{\theta_s^2}}{\overline{\theta_l^2}} \neq \frac{1}{K_V^2} \leq 10^{-12}$$

On voit donc que l'asservissement en phase confère à l'oscillateur asservi, le spectre de puissance du signal d'entrée,

c'est-à-dire que la largeur de la raie d'oscillation de la source microonde est de l'ordre de grandeur de quelques dizaines de Hertz

I.4 - Application au wobulateur hyperfréquence

Les relations précédentes permettent de déterminer théoriquement la stabilité finale $\frac{\Delta f_k}{f_k}$ de la source microonde asservie. Il suffit d'appliquer les résultats précédents à l'asservissement du klystron relais, puis à celui du klystron source, avec comme données de départ les caractéristiques du pilote quartz et de tenir compte du fait que le synthétiseur de fréquence est piloté par l'ensemble à quartz.

Si ce pilote ne possédait qu'une stabilité propre de l'ordre de 10^{-7} , les simplifications implicites contenues dans le raisonnement précédent seraient parfaitement justifiées.

Dans le cas contraire, on ne peut pas supposer que la stabilité de fréquence est conservée par les multiplicateurs. Une analyse plus fine fait apparaître que la dérive thermique des circuits multiplicateurs entraîne une erreur de position sur la fréquence transmise.

D'autre part, le bruit de fond des circuits multiplicateurs est source d'une modulation parasite de la phase du signal, qui en perturbe le spectre de fréquence.

II - ETUDE DES PERTURBATIONS, DEGRADANT LES PERFORMANCES DE LA SOURCE ASSERVIE

Ces perturbations sont de deux types :

- Celles qui ont pour effet de dégrader la stabilité du signal
- Celles qui perturbent le spectre de la source microonde asservie

II.1 - Perturbations affectant la stabilité de fréquence

Les différents éléments entrant en jeu dans l'appareillage peuvent en être cause :

- la chaîne de multiplication à transistors
- les cristaux multiplicateurs
- les asservissements en phase

II.1.1. Influence des chaînes de multiplication à transistors sur la stabilité

Une des chaînes de multiplication utilisée convertit la fréquence du pilote en une fréquence $f_D = 100$ MHz. Le rang de multiplication est $n = 20$ obtenu par des éléments de même type : un doubleur 5 à 10 MHz, un quintupleur 10 à 50 MHz, un doubleur 50 à 100 MHz.

Le principe du calcul des perturbations introduites par un étage multiplicateur est le suivant : sous l'effet des dérives

thermiques des composants, la fréquence d'accord des circuits sélectifs de l'étage multiplicateur peut dériver entraînant un glissement de la phase du signal, donc une erreur relative de fréquence.

Les circuits d'accord utilisés dans nos multiplicateurs sont des circuits simples à un seul pôle. (Fig C1).

On rappelle les coefficients d'amortissement classiques:

$$\frac{1}{Q_c} = \frac{1}{Q_i} + \frac{1}{Q_o}$$

avec $Q_i = \frac{L\omega_o}{r} = \frac{1}{rC\omega_o}$ et $Q_o = \frac{R}{L\omega_o} = RC\omega_o$

Au voisinage de la résonance ($LC\omega_o^2=1$) l'expression d'un signal $e(\omega_s)$ s'écrit :

$$\frac{e(\omega_s)}{e_M} = \frac{1}{1 - jQ(x - \frac{1}{x})} \quad \text{avec } x = \frac{\omega_s}{\omega_o}$$

ω_o représente la fréquence d'accord d'un filtre, ω_s celle du signal attaquant le circuit sélectif.

Soit encore : $e(\omega_s) = e_M \cdot e^{j\theta}$

$$\theta = \arctg Q \left(\frac{\omega_s}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega_s} \right) = \theta(\omega_s, \omega_o)$$

La variation de fréquence du signal $\delta\omega_s$ peut s'écrire :

$$\delta\omega_s = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d\theta}{d\omega_o} \frac{d\omega_o}{dt}$$

$$\frac{d\theta}{d\omega_o} = \frac{\partial\theta}{\partial\omega_o} + \frac{\partial\theta}{\partial\omega_s} \frac{d\omega_s}{d\omega_o}$$

On admet qu'au 1er ordre $\frac{d\omega_s}{d\omega_o} = 0$

donc :

$$\frac{d\theta}{d\omega_o} = - \frac{\frac{\omega_s^2 + \omega_o^2}{\omega_o^2 \omega_s}}{1 + \left(\frac{\omega_s^2 - \omega_o^2}{\omega_o \omega_s} \right)^2}$$

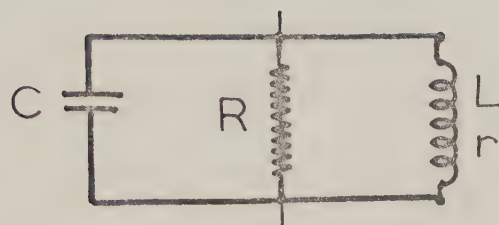


FIG C1

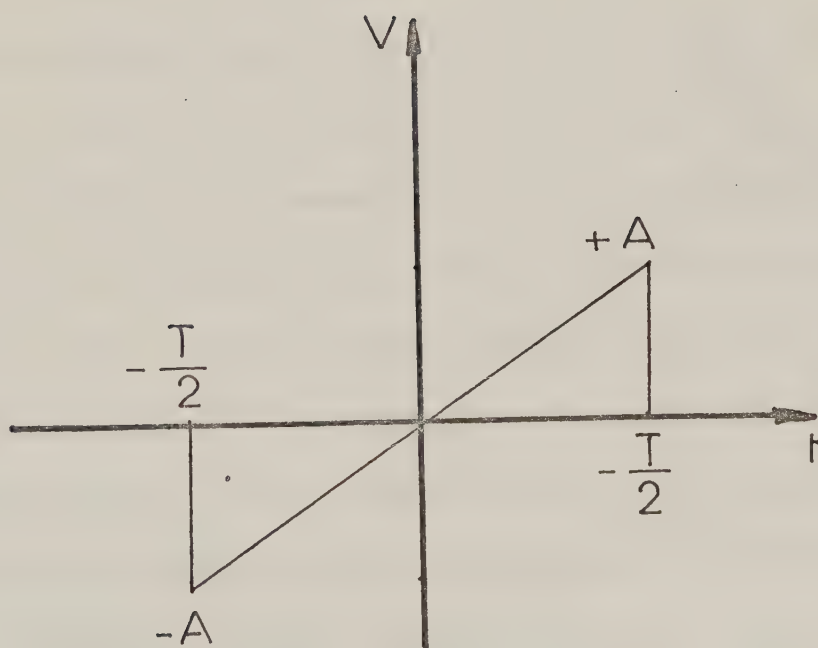


FIG C2

$$\text{ou } \frac{d\theta}{d\omega_o} \neq - \frac{2Q}{\omega_s} \quad \text{si } \omega_s \neq \omega_o$$

D'autre part :

$$\frac{d\omega_o}{dt} = \frac{d\omega_o}{dC} \frac{dC}{dT} \frac{dT}{dt}$$

$$\text{et } 1 - LC\omega_o^2 = 0 \Rightarrow \frac{d\omega_o}{dC} = - \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_o}{C}$$

$$\text{Soit finalement : } \delta\omega_s = Q \frac{1}{C} \frac{dC}{dT} \frac{dT}{dt}$$

où $\frac{dT}{dt}$ représente la dérive thermique des composants (condensateurs) et $\frac{1}{C} \frac{dC}{dT} = \alpha$ est le coefficient de température du condensateur $\alpha \leq 7,5 \cdot 10^{-4}$

L'erreur relative résultant des fluctuations thermiques est alors :

$$\frac{\delta\omega_s}{\omega_s} = RC \alpha \frac{dT}{dt}$$

Le produit RC diminue quand la fréquence croît :

$$\text{à } 100 \text{ MHz} \quad R = 1 \text{ kOhm} \quad C = 10 \text{ pF}$$

$$\text{à } 10 \text{ MHz} \quad R = 5 \text{ kOhm} \quad C = 30 \text{ pF}$$

C'est l'influence des premiers étages qui est prépondérante.

$$\text{Pour le doubleur 5 à 10 MHz, on trouve } \frac{\delta\omega_s}{\omega_s} = 1,1 \cdot 10^{-10}$$

pour une dérive de température de 1°C par seconde, valeur élevée mais non déraisonnable. Il serait possible en utilisant des filtres à 2 circuits couplés d'augmenter légèrement la stabilité en fréquence du multiplicateur. Pour la chaîne réalisée, l'erreur relative étant de l'ordre de grandeur de la stabilité en fréquence du signal du pilote, nous nous en sommes contentés. Mais pour des systèmes plus élaborés, il faudrait envisager une stabilisation en température des premiers étages de multiplication.

II.1.2. Influence des multiplicateurs à cristaux

La génération d'harmonique est réalisée dans des dispositifs à diodes semi-conductrices dont on exploite la non-linéarité de la caractéristique tension courant.

Le problème est délicat à traiter théoriquement par suite de la complexité qu'il y a à définir un circuit équivalent au multiplicateur et l'impédance complexe de sortie en fonction de la fréquence.

Des études expérimentales ont été faites [GRO] d'après lesquelles l'influence de tels multiplicateurs sur la stabilité du signal reste toujours négligeable dans la technique actuelle des oscillateurs à quartz.

II.1.3. Influence des asservissements en phase

Les dérives importantes de la fréquence de sortie d'un klystron libre sous l'influence d'actions extérieures, peuvent être considérées vis à vis de l'asservissement comme des perturbations.

On a montré [Chapitre A] que de telles perturbations n'affectent pas la fréquence de sortie du klystron asservi si elles sont du type échelon de phase ou de fréquence.

Par contre si ces dérives sont des rampes de fréquence, il en résultera alors une erreur permanente de fréquence en

sortie :

$$\delta f = \frac{\Delta f}{K_v F(o)}$$

$\dot{\Delta f}$ représentant la dérive du klystron libre.

Pour un gain de boucle K_V supérieur à 10^6 rad/s, et une dérive relative inférieure à 10^{-4} pour les asservissements considérés, l'erreur résultante relative de fréquence est inférieure à $1 \cdot 10^{-10}$.

On remarquera qu'il aurait été possible de s'affranchir de cette cause d'erreur en utilisant des asservissements du second ordre à réseaux actifs.

En conclusion, on peut admettre que ces perturbations peuvent être négligées tant que la stabilité finale de la source asservie n'est pas meilleure que quelques 10^{-10} .

II.2 - Perturbations affectant le spectre de puissance du signal

Le problème de la raie centrale d'oscillation a déjà été discuté. Nous nous intéressons ici plus particulièrement aux raies parasites de modulation (Annexe V) et au bruit introduit par les éléments multiplicateurs.

II.2.1. Bruit introduit par les multiplicateurs de fréquence

II.2.1.1. Expression générale du bruit de phase d'un étage multiplicateur.

Le signal délivré par le multiplicateur est :

$$s(t) = A \cos \omega_0 t$$

Le bruit introduit par l'étage multiplicateur est un bruit thermique du aux résistances. Il peut être mis sous la forme

de Rice puisque tous les circuits sont accordés à bande étroite , soit:

$$n(t) = n_c(t) \cos \omega_o t + n_s(t) \sin \omega_o t$$

Le signal réel est donc :

$$y(t) = s(t) + n(t) = (A_o + n_c(t)) \cos \omega_o t + n_s(t) \sin \omega_o t$$

ou encore puisque $A_o \gg n_c(t)$

$$y(t) \neq A_o \cos \omega_o t + n_s(t) \sin \omega_o t$$

$$y(t) \neq A_o \cos [\omega_o t + \phi(t)]$$

$$\phi(t) \neq \operatorname{tg} \phi(t) = \frac{n_s(t)}{A_o} \text{ représente le bruit de phase introduit}$$

par un étage multiplicateur.

II.2.1.2. Transmission du bruit de phase par un étage multiplicateur

L'expression $y(t) = A_o [\cos \omega_o t + \phi(t)]$, où $\phi(t)$ est une fonction aléatoire de temps, peut être considérée comme l'expression la plus générale d'un signal sinusoidal affecté d'un bruit de phase ou de fréquence.

Soit un tel signal à l'entrée d'un étage multiplicateur de rang n . On calcule $y_n(t)$, signal de sortie de l'étage.

Nous supposons que le principe des multiplicateurs utilisés est de multiplier la fréquence et non la phase, c'est à dire que le signal sinusoidal d'entrée est transformé en des impulsions dont la période de récurrence est celle du fondamental. On sélectionne l'harmonique désiré de la décomposition en série de Fourier de l'impulsion par un filtre accordé sur la fréquence de cet harmonique.

On pose $\Phi(t) = \frac{n_s(t)}{A_o}$ où $n_s(t)$ prend la représentation

$$n_s(t) = \sum_p b_p \sin(2\pi f_p t + \varphi_p) \quad \text{avec } 0 < f_p < \frac{B}{2}$$

(B largeur de bande du filtre accordé)

La signal est alors à l'entrée du multiplicateur :

$$y(t) = A_o \cos[\omega_o t + \sum_p a_p \sin(2\pi f_p t + \varphi_p)]$$

ce qui peut aussi s'écrire après approximation sous l'une des formes

$$y(t) = A_o \left\{ \cos\omega_o t - \left[\sum_p a_p \sin(2\pi f_p t + \varphi_p) \right] \sin\omega_o t \right\}$$

$$\text{ou } y(t) = A_o \left\{ \cos\omega_o t - \sum_p a_p \left[\cos((\omega_o + 2\pi f_p)t + \varphi_p) + \cos((\omega_o - 2\pi f_p)t - \varphi_p) \right] \right\}$$

Ces trois expressions sont équivalentes pour $a_p \ll 1$. Si $2\pi f_p \ll \omega_o$

on voit facilement que la réponse d'un multiplicateur d'ordre n est :

$$y_n(t) = A_o \cos \left[n\omega_o t + \sum_p a_p \sin(2\pi n f_p t + \varphi_p) \right]$$

En résumé, si la phase aléatoire d'entrée est :

$$\Phi(t) = \sum_p a_p \sin(2\pi f_p t + \varphi_p)$$

La phase de sortie a la forme :

$$\Phi(t) = \sum_p a_p \sin(2\pi n f_p t + \varphi_p)$$

$$\text{soit } \overline{\Phi(t)^2} = \overline{\Phi_n(t)^2} = \sum_p a_p^2$$

En résumé, $\overline{\Phi(t)^2}$ étant la puissance du bruit de phase à l'entrée, $\overline{\Phi_n(t)^2}$ celle correspondante à la sortie, on peut dire que la multiplication conserve la densité de puissance de bruit, mais étale le spectre du bruit de phase.

Si l'on désigne par B et B_n les bandes passantes des filtres à l'entrée et à la sortie, la densité de puissance réellement transmise

en sortie est :
$$\overline{\phi_n(t)^2} = \frac{\overline{\phi(t)^2} B_n}{n \cdot B}$$

Dans le domaine de fréquence couvert par les multiplificateurs, la bande passante des circuits accordés est pratiquement constante. C'est donc l'influence du dernier étage qui est prépondérante.

II.2.1.3. Calcul des fluctuations de phase dues à un étage multiplicateur

Un étage multiplicateur peut être schématisé (Fig. B1) comme un circuit d'entrée accordé sur le fondamental, un élément non linéaire, un circuit de sortie accordé sur le nième harmonique du fondamental.

Le bruit d'un étage multiplicateur peut être considéré comme dû aux bruits thermiques des filtres d'entrée et de sortie, et au bruit de l'élément non linéaire.

Le bruit thermique du circuit d'entrée est :

$$\overline{\Delta\phi_e^2} = \frac{4kTR_e B_e}{A_e^2}$$

R_e et B_e étant respectivement l'impédance et la bande passante du filtre d'entrée, A_e l'amplitude de la tension d'entrée.

Le bruit thermique du filtre de sortie est :

$$\overline{\Delta\phi_s^2} = \frac{4kTR_s B_s}{A_s^2}$$

avec les mêmes conventions d'écriture.

Le bruit des éléments non linéaires est complexe. Il est caractérisé par l'écart quadratique moyen du courant collecteur

des transistors :

$$i_c^2 = 4 k T G_s B_s$$

qui conduit à :
$$\overline{\Delta\phi_T^2} = \frac{4 k T G_s B_s R_s^2}{A_s^2}$$

G étant la conductance équivalente de bruit des transistors.

Ces bruits n'étant pas corrélés, la variance des fluctuations du bruit de phase introduite par un multiplicateur de rang n est:

$$\overline{\Delta\phi_n^2} = \frac{\overline{\Delta\phi_e^2}}{n} + \overline{\Delta\phi_T^2} + \overline{\Delta\phi_s^2}$$

L'application de ces résultats au bruit de phase introduit par la multiplication de fréquence est immédiate :

- le bruit du doubleur final 50 à 100 MHz est prépondérant.
- les caractéristiques de cet étage ($R_s=50$ Ohms, $A_s=2,5$ V, $B_s = 1$ MHz) montrent que le bruit des éléments non linéaires est supérieur au bruit thermique des filtres.

La conductance équivalente de bruit ramènée en sortie $G_s = 5 \cdot 10^{-2}$ mhos, qui correspond à un facteur de bruit des transistors de 6 db, permet d'estimer la puissance du bruit de phase introduite par la multiplication de fréquence à :

$$\overline{\Delta\phi^2} = 10 \cdot 10^{-14}$$

II.2.1.4. Erreur relative de fréquence due au bruit de phase

Si $\overline{\Delta\phi^2}^{1/2}$ représente l'écart-type des fluctuations aléatoires de phase dues au bruit de fond d'un circuit, on peut montrer que l'écart-type des variations de fréquence correspondantes s'écrit (Annexe VI) :

$$\frac{\pi B}{\sqrt{3}} \overline{\Delta\phi^2}^{1/2} = 2 \pi \overline{\Delta f^2}^{1/2} = \overline{\Delta \omega^2}^{1/2}$$

B_L étant la bande de bruit de l'asservissement définit dans la 1ère partie, soit :

$$B_L = \frac{\omega_n}{8\xi} \left[1 + \left(2\xi - \frac{\omega_n}{K_V} \right)^2 \right]$$

Avec les données de l'asservissement du klystron relais par exemple :

$$\omega_n = 0,34 \cdot 10^6 \text{ rad/s} \quad \xi = 0,74 \quad K_V = 3 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$$

$$B_L = 0,57 \text{ MHz} \quad B_i = 30 \text{ MHz}$$

On obtient :

$$\frac{\overline{\theta_{ns}^2}}{\theta_{ne}^2} \# \frac{1}{30}$$

Les asservissements de phase jouent donc le rôle de filtre vis à vis du bruit aléatoire de phase du signal d'entrée et contribuent à améliorer la pureté spectrale des oscillateurs asservis, mais cet effet est peu sensible pour les asservissements réalisés.

B étant la bande passante du circuit considéré.

On en déduit l'erreur relative de fréquence qui résulte du bruit de fond :

$$\frac{\overline{\Delta f^2}^{1/2}}{f} = \frac{\overline{\Delta \phi^2}^{1/2}}{f \times 2\sqrt{3}}$$

L'application numérique à la chaîne de multiplication 5 à 100 MHz donne alors :

$$S = \frac{\overline{\Delta f^2}^{1/2}}{f} \leq 10^{-9}$$

Si l'on veut donner une interprétation physique de ce résultat, on peut dire que, si l'ensemble de multiplication était piloté par une onde parfaitement monochromatique, le signal de sortie serait une onde ayant un spectre de puissance de largeur finie, définie par :

$$\frac{\overline{\Delta f^2}^{1/2}}{f}$$

En conclusion, la multiplication de la fréquence du pilote introduit un élargissement de la raie d'oscillation du à son principe même et un élargissement du au bruit de fond.

II.2.2. Bruit de phase d'un klystron asservi

Le paragraphe précédent indique que le bruit des multiplicateurs de fréquence introduit une modulation parasite de phase. Le signal d'entrée de l'asservissement présente alors des fluctuations parasites de phase dont l'écart quadratique moyen est noté $\overline{\theta_{ne}^2}$

Les fluctuations de phase de l'oscillateur asservi sont alors $\overline{\theta_{ns}^2}$ et

$$\frac{\overline{\theta_{ns}^2}}{\overline{\theta_{ne}^2}} = \frac{2 B_L}{B_i}$$

III - PRECISION THEORIQUE DES MESURES DE FREQUENCE REALISEES

La radiofréquence délivrée par le wobulateur est obtenue à partir de fréquences fixes et d'un synthétiseur de fréquence asservis sur le pilote quartz Rohde et Schwarz d'une part, d'autre part à partir d'un oscillateur local balayé en fréquence et de moindre stabilité. Elle admet la représentation suivante :

$$f_k = f_{ko} [1 + M g(t)]$$

où

- f_{ko} est la radiofréquence centrale ($f_k = f_{ko}$ lorsque la tension de modulation est nulle)

- $g(t)$ est la fonction de modulation

- M est le taux de modulation de l'oscillateur à fréquence variable
($M \approx 250 \text{ kHz/V}$)

Interviennent dans le calcul théorique de la précision des mesures :

- la précision avec laquelle est connue la valeur de la radiofréquence centrale

- l'écart entre f_{ko} et la valeur de la radiofréquence marquée sur la courbe f_{km} , du essentiellement au retard du système de marquage

- la précision sur le pointé lui-même résultant de l'évaluation du centre de la raie. C'est l'erreur due à l'expérimentateur.

III.1 - Incertitude sur la connaissance de la radiofréquence centrale

La radiofréquence f_K est obtenue à partir de trois sources de fréquence :

- la fréquence f_D obtenue par multiplication directe de la fréquence du pilote
- la fréquence f_i délivrée par un synthétiseur de fréquence
- la fréquence f'_i de l'oscillateur balayé en fréquence

La radiofréquence centrale f_{ko} est définie par f'_{i0} , valeur instantanée de la fréquence f'_i pour une tension de modulation nulle. Cette valeur f'_{i0} ne peut pas être confondue avec la fréquence de repos de l'oscillateur dont la stabilité est d'ailleurs médiocre, en regard de celles des autres sources de fréquence. Pour éviter qu'une trop importante incertitude sur la connaissance de f'_{i0} , n'affecte la précision finale des mesures effectuées avec le wobulateur, f'_{i0} est comptée en permanence dans un fréquencemètre.

III.1.1. Incertitude sur la connaissance de la fréquence centrale du VFO

Pour des raisons pratiques, ce n'est pas f'_{i0} qui est comptée dans le fréquencemètre, mais celui-ci est attaqué en permanence par le signal modulé f'_i . Nous noterons par f'_{ic} , la valeur mesurée par le compteur. On montre alors qu'assimiler f'_{ic} à f'_{i0} entraîne une incertitude négligeable sur la connaissance de f'_{i0} .

III.1.1.1. Relation entre la fréquence mesurée et la fréquence centrale.

La valeur de la fréquence instantanée de l'oscillateur VFO admet la représentation suivante :

$$f'_i = f'_{i0} [1 + M g(t)]$$

où M et g(t) ont les mêmes définitions que précédemment. Le principe de la mesure de fréquence est le suivant: le fréquencesmètre compte le nombre N de périodes pendant le temps de mesure ΔT .

La fréquence mesurée est alors :

$$f_{ic} = \frac{N}{\Delta T}$$

Si la fréquence à mesurer est fixe, on sait que le nombre de périodes pendant le temps ΔT est : $N = \Delta T F$ et $f_{ic} = F$

Si la fréquence à mesurer est modulée en fréquence, on admet que le nombre de périodes pendant le temps ΔT est :

$$N = \Delta T F_m \quad \text{avec} \quad F_m = \frac{1}{\Delta T} \int_0^{\Delta T} f'_i dt$$

La fréquence mesurée est alors:

$$f_{ic} = \frac{1}{\Delta T} \int_0^{\Delta T} f'_i dt$$

III.1.1.2. Cas d'une modulation sinusoidale

On a alors :

$$f'_i = f'_{i0} [1 + AM \cos (\Omega_w t + \varphi)]$$

ce qui conduit au résultat :

$$f_{ic} = f'_{i0} \left\{ 1 + \frac{AM}{\Omega_w \Delta T} [\sin (\Omega_w \Delta T + \varphi) - \sin \varphi] \right\}$$

où $\Omega_w = 2 \pi f_w$ définit la fréquence de wobulation.

On met ainsi en évidence l'erreur $\Delta f'_{io}$ introduite sur f'_{io} par le principe de la mesure : $f_{ic} = f'_{io} + \Delta f'_{io}$

$$\text{et } \Delta f'_{io} = \frac{AM}{\Omega_w \Delta T} [\sin(\Omega_w \Delta T + \varphi) - \sin \varphi]$$

Cette erreur peut théoriquement être nulle si $\Omega_w \Delta T = 2\pi N$. Il suffit de choisir correctement la valeur de la fréquence de wobulation. Mais, en pratique par suite des incertitudes sur la définition de Ω_w et ΔT , cette erreur n'est jamais nulle. On supposera dans la suite que l'incertitude sur le temps de comptage ΔT , défini à partir de pilotes à quartz très stables, est négligeable devant l'incertitude ξ_w sur f_w .

Si $\hat{f}_w$ est la valeur moyenne de la fréquence de wobulation instantanée :

$$\hat{f}_w = f_w (1 + \xi_w)$$

$$\text{et si } \hat{\Omega}_w \Delta T = 2\pi \hat{f}_w \Delta T = 2\pi N$$

l'erreur $\Delta f'_{io}$ sur f'_{io} se ramène à :

$$\Delta f'_{io} = f'_{io} \frac{AM}{2\pi N} [\sin(-2\pi N \xi_w + \varphi) - \sin \varphi]$$

$$\xi_w \ll 1 \text{ autorise } \begin{cases} \sin(2\pi N \xi_w) \sim 2\pi N \xi_w \\ \cos(2\pi N \xi_w) \sim 1 - \frac{(2\pi N \xi_w)^2}{2} \end{cases}$$

$$\text{soit } \frac{\Delta f'_{io}}{f'_{io}} = AM \xi_w [\cos \varphi + \pi N \xi_w \sin \varphi]$$

L'erreur relative sur f'_{io} ne dépend que de la phase φ . Sa valeur maximale correspondant à $\text{tg } \varphi = \pi N \xi$ est :

$$\frac{\Delta f'_{io}}{f'_{io}} = AM \xi_w \sqrt{1 + (\pi N \xi)^2} \sim AM \xi_w \left(1 + \frac{(\pi N \xi)^2}{2}\right)$$

Pour les applications numériques, on pourra prendre l'expression

approchée :
$$\frac{\Delta f'_{io}}{f'_{io}} = AM \varepsilon_w$$

III.1.1.3. Cas d'une modulation en dent de scie

La dent de scie est décomposée en série de Fourier

(Fig C2).

soit
$$F_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn\omega t} dt$$

avec $f(t) = \frac{2\Delta}{T} t$ pour $t \in [-\frac{T}{2}, +\frac{T}{2}]$

ce qui donne

$$f(t) = \frac{A}{\pi} \left(\sin \frac{2\pi}{T} t - \frac{1}{2} \sin \frac{4\pi}{T} t + \frac{\cos n\pi}{n} \sin \frac{2n\pi}{T} t \right)$$

Chaque terme sinusoidal apporte une contribution à l'erreur $\frac{\varepsilon_w}{n}$

soit :
$$\frac{\Delta f'_{io}}{f'_{io}} = \frac{AM}{\pi} \varepsilon_w \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots \right]$$

Finalement :
$$\frac{\Delta f'_{io}}{f'_{io}} = \frac{AM}{\pi} \varepsilon_w \ln 2$$

III.1.1.4. Application numérique

On peut prendre $f'_{io} AM = 1$ MHz, ce qui correspond à l'excursion en fréquence la plus couramment utilisée.

La fréquence de wobulation est celle du secteur. Des mesures de période ont montré que l'incertitude sur la connaissance de celle-ci était au maximum de $20 \mu s$, ce qui correspond à une incertitude relative $\varepsilon_w = 10^{-3}$.

Les résultats sont pour une modulation sinusoidale:

$$\frac{\Delta f'_{io}}{f'_{io}} \leq 0,4 \cdot 10^{-4}$$

et pour une modulation en dent de scie :

$$\frac{\Delta f'_{io}}{f'_{io}} \leq 0,3 \cdot 10^{-4}$$

A cette incertitude due au principe de la mesure de f'_{i0} , il faudrait ajouter celle provenant de la mesure de f_{ic} proprement dite et imputable au fréquencesmètre:

$$\frac{\Delta f_{ic}}{f_{ic}} = \pm \frac{1}{f_{ic} \Delta T} \pm \varepsilon$$

avec ΔT temps de comptage et ε précision du pilote. Cette erreur de l'ordre de $\frac{\Delta f_{ic}}{f_{ic}} = 0,5 \cdot 10^{-7}$ est négligeable devant $\frac{\Delta f'_{i0}}{f_{i0}}$.

III. 1. 2. Incertitude sur la connaissance de la radiofréquence centrale

Compte tenu des résultats rapportés dans les paragraphes précédents, il est possible de calculer l'incertitude théorique sur la connaissance de la radiofréquence centrale f_{k0} .

III. 1. 2. 1. Incertitude sur la connaissance de la fréquence f_r .

La fréquence du klystron relais est asservie sur une fréquence f_D multiple de la fréquence du quartz pilote et sur un synthétiseur suivi d'un doubleur de fréquence, piloté par la même référence.

L'erreur relative sur la fréquence f_D est meilleure que $5 \cdot 10^{-10}$. Etant donnée la complexité des circuits d'un synthétiseur, il est difficile d'évaluer les perturbations de stabilité du signal qui peuvent en résulter. Mais la relation donnant la stabilité d'une source asservie (C-I. 2) indique qu'il suffit que l'erreur relative sur la fréquence f_i du synthétiseur soit inférieure à 10^{-8} pour ne pas intervenir de façon notable dans le calcul de l'incertitude f_r et cette condition est certainement vérifiée.

On admettra alors que l'erreur relative sur f_r est inférieure à $5 \cdot 10^{-10}$.

On sait d'autre part, qu'il est possible de faire varier continuellement la fréquence du synthétiseur, en utilisant un oscillateur accordable d'interpolation, ceci au détriment de la précision finale de la fréquence du signal. On indique dans le tableau (Fig C3) l'erreur relative sur la fréquence f_i de sortie du synthétiseur et sur la fréquence f_r de l'oscillateur relais pour des gammes possibles d'interpolation.

III. 1. 2. 2. Incertitude sur la connaissance de la radiofréquence centrale

On connaît l'erreur relative $\frac{\Delta f_r}{f_r}$ de la référence principale de l'asservissement de la source wobulée et on sait que, pour une modulation soit sinusoidale soit en dent de scie, l'incertitude relative sur la fréquence f'_i de la référence secondaire est inférieure à $0,4 \cdot 10^{-4}$.

La relation :
$$\frac{\Delta f_{k0}}{f_{k0}} = \frac{N}{N \pm 1} \frac{\Delta f_r}{f_r} + \frac{1}{N \pm 1} \frac{\Delta f'_{i0}}{f'_{i0}}$$

permet de connaître l'incertitude relative sur la radiofréquence centrale f_{k0} si $N \gg 10^3$.

Les résultats sont résumés dans le tableau (Fig C3).

Le plus large intervalle d'interpolation utilisé est de 10 Hz puisqu'il correspond au pas minimum de fréquence du synthétiseur. Dans ces conditions, on sait que l'incertitude relative sur la radiofréquence f_{k0} est inférieure à $0,4 \cdot 10^{-7}$, ce qui correspond en

Intervalle d'interpolation	f_i en Hertz	$\frac{\Delta f'_i}{f'_i}$	$\frac{\Delta f_r}{f_r}$	$\frac{\Delta f'_{io}}{f'_{io}}$	$\frac{\Delta f_{ko}}{f_{ko}}$	Δf_{ko} en Hertz
sans interpolation	0	$\leq 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-10}$	$0,4 \cdot 10^{-4}$	$0,4 \cdot 10^{-7}$	1,2
1 Hz	$\pm 0,1$	$\leq 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-10}$	"	$0,4 \cdot 10^{-7}$	1,2
10 Hz	± 1	$8 \cdot 10^{-8}$	$1,3 \cdot 10^{-9}$	"	$0,41 \cdot 10^{-7}$	1,2
100 Hz	± 10	$8 \cdot 10^{-7}$	$1,3 \cdot 10^{-8}$	"	$0,53 \cdot 10^{-7}$	1,6
1000 Hz	± 100	$8 \cdot 10^{-6}$	$1,3 \cdot 10^{-7}$	"	$1,7 \cdot 10^{-7}$	5,1
10 kHz	± 1000	$8 \cdot 10^{-5}$	$1,3 \cdot 10^{-6}$	"	$1,34 \cdot 10^{-6}$	40

TABLEAU C3

Incertitude relative sur la radiofréquence centrale δ_{ko}

valeur absolue à 1,2 kHz.

Quant à la largeur de la raie d'oscillation du wobulateur, elle est de l'ordre de 50 à 100 Hz.

III.2 - Erreur de fréquence introduite par le système de marquage

Le passage par la valeur zéro de la tension de modulation de l'oscillateur VFO définit la radiofréquence f_{ko} en même temps qu'il introduit un spot sur la trace d'observation. Si les circuits de marquage élaborant le spot avaient un temps de réponse nul, la fréquence marquée sur l'écran de l'oscilloscope serait bien f_{ko} . Mais ces circuits de marquage introduisent un temps de retard et il en résulte une erreur sur la mesure de la fréquence :

$$\Delta f_r = f_m \tau \delta f$$

où f_m est la fréquence de wobulation et δf l'amplitude de l'excursion de la modulation de fréquence.

On rappelle que le circuit de marquage est constitué (Fig B12) d'un détecteur de zéro, suivi d'un monostable déterminant la largeur du spot et d'un buffer d'attaque du wehnelt de l'oscilloscope. Le retard τ est donc du :

- à l'incertitude sur le déclenchement du détecteur de zéro et au temps de montée de celui-ci :

$$\tau_1 = \frac{K}{f_m} \quad [\text{Annexe VII}]$$

- au temps de montée du monostable τ_2

- au temps de montée du buffer τ_3

soit :
$$\tau = \frac{K}{f_m} + \tau_2 + \tau_3$$

Finalement l'erreur introduite par le marquage prend la forme :

$$\Delta f_r = [K + (\tau_2 + \tau_3) f_m] \delta f$$

Cette erreur est une fonction croissante de la fréquence de wobulation et impose de travailler à des fréquences basses.

Une application numérique avec les valeurs courantes des paramètres ($\delta f = 1 \text{ MHz}$, $\tau_2 = \tau_3 = 1 \mu s$) donne :

$$\Delta f_r = 100 + 2 f_m \text{ en hertz}$$

soit :

f_m en hertz	f_r en kHz
50	0,2
100	0,3
500	1,1
1000	2,1
5000	5,1

III.3 - Erreur de mesure due à l'imprécision du pointé

C'est l'erreur due à l'expérimentateur qui ne peut définir exactement la position du spot sur la trace.

La longueur L de la trace représente une excursion δf de la radiofréquence. L'incertitude sur le positionnement du spot est ΔL et Δf_0 l'erreur de fréquence qui en résulte :

$$\Delta f_0 = \frac{\Delta L}{L} \delta f$$

Soit avec $L = 10 \text{ cm}$ $\delta f = 1 \text{ MHz}$

$$\Delta L = 1 \text{ mm} \quad \Delta f_0 = 10 \text{ kHz}$$

$$= 0,5 \text{ m} \quad \Delta f_0 = 5 \text{ kHz}$$

Cette cause d'erreur est de loin la plus importante car il est difficile de faire un pointé meilleur que 5 kHz.

III.4 - Conclusion

L'erreur sur une mesure de fréquence résulte de deux causes différentes :

- l'erreur due à l'appareillage qui conduit à une incertitude absolue de 1,5 kHz, soit environ une incertitude relative $\frac{\Delta f}{f} = 0,5 \cdot 10^{-7}$.

Cette erreur pourrait théoriquement être encore diminuée en choisissant une fréquence de modulation mieux définie et en s'affranchissant de l'erreur due au temps de marquage, par des mesures en balayage de fréquence croissante ou décroissante.

- l'erreur expérimentale sur le pointé qui est bien plus importante, 5 kHz environ. Il semble que l'on puisse diminuer cette erreur en effectuant une moyenne sur un ensemble de mesures mais qu'elle reste néanmoins la limite de résolution de l'ensemble de mesure.

D - APPLICATION A LA SPECTROMETRIE HERTZIENNE

I - Précision expérimentale des mesures de fréquence

I.1 Résultats expérimentaux

I.2 Analyse des différentes sources d'erreurs

II - Amélioration de la définition des raies noyées dans le bruit

II.1 Influence du bruit de la source microonde

II.2 Emploi de supprimeurs de bruit à action intégrale

III - Conclusion

Le wobulateur décrit dans les chapitres précédents sert actuellement de source au spectromètre hertzien en usage au laboratoire. Ce spectromètre a déjà été décrit dans la thèse de J. CHANUSSOT; la source hyperfréquence était alors constituée d'un klystron libre modulé en fréquence par une tension extérieure et les mesures de fréquence réalisées par interpolation entre des marqueurs issus de battements entre la radio-fréquence et les harmoniques d'un oscillateur à quartz.

Ce spectromètre sert à l'étude en ondes millimétriques des spectres de rotation d'un gaz à symétrie C_{4v} , le monochloropentafluorure de soufre, gaz qui par suite de sa masse moléculaire élevée, présente des transitions de faibles intensités dans les bandes Q et E, dont certaines, noyées dans le bruit de fond, sont difficilement identifiables.

L'utilisation du wobulateur associé au spectromètre doit permettre d'améliorer les performances de l'appareillage en:

- augmentant la précision des mesures de fréquence par suite de l'asservissement sur une fréquence pilote très stable et très bien connue.
- purifiant le spectre de puissance de la source hyperfréquence et permettant l'emploi d'appareils supprimeurs de bruit.

I - Précision expérimentale des mesures de fréquence

I.1. Résultats expérimentaux

Nous avons indiqué [C III.4] que la précision théorique des mesures de fréquence était en valeur relative inférieure à $0,5 \cdot 10^{-7}$. Mais cette erreur est celle imputable au système de mesure et ne tient pas compte des erreurs expérimentales notamment de celles dues à l'appréciation des maximum des raies de transition.

Pour vérifier la précision effective des mesures réalisables avec le wobulateur, nous avons choisi l'ammoniac, gaz qui présente à la fois des raies de grande intensité de façon à s'affranchir du problème du bruit et des raies dont les fréquences de transitions ont déjà été mesurées avec une grande précision.

Des séries de mesure ont été faites sur plusieurs raies de l'ammoniac, en divers points des gammes utilisables du wobulateur et pour s'assurer de leur reproductibilité à plusieurs jours d'intervalles et par des personnes différentes.

Ces mesures ne présentant par d'autre intérêt que de vérifier les conclusions théoriques du chapitre précédent et de s'assurer de la reproductibilité des mesures, nous ne donnons ici à titre d'exemple que les résultats concernant la transition $J_{13} \rightarrow K_{13}$ de l'ammoniac (Tableau D 1). En prenant comme valeurs de la fréquence de la transition $J_{13} \rightarrow K_{13}$, la moyenne des valeurs expérimentales, on trouve :

Tableau D 1

Valeur expérimentale de la transition $J_{13} \rightarrow K_{13}$

Valeur expérimentale en MHz	Ecart à la moyenne en kHz
33 156, 946	- 3
33 156, 946	- 3
33 156, 953	+ 4
33 156, 954	- 5
33 156, 948	- 1
33 156, 948	- 1
33 156, 948	- 1
33 156, 956	+ 7
33 156, 946	- 3
33 156, 947	- 2

Valeur moyenne : $\bar{f} = 33\,156,949\text{ MHz}$

Erreur moyenne : $\overline{\Delta f} = 3\text{ kHz}$

Ecart type : $\sigma = 3,5\text{ kHz}$

$$f_{J13 \rightarrow K13} = 33\,156,949 \pm 0,003 \text{ MHz}$$

et l'écart type correspondant est : $\sigma = 3,5 \text{ kHz}$

Cette valeur $f_{J13 \rightarrow K13}$ est en très bon accord avec celles données par les tables [TOW] . Les autres séries de mesures effectuées sur l'ammoniac confirment ce résultat et on peut estimer que la précision relative des mesures réalisables avec l'appareillage est meilleure que 1.10^{-7} .

I.2 Analyse des différentes sources d'erreur

L'erreur expérimentale résulte de plusieurs erreurs fondamentales qui sont principalement :

- l'incertitude sur la connaissance de la radiofréquence marquée.

Cette incertitude dont la valeur absolue a été estimée à 1,5 kHz

[C III.4] pourrait être facilement réduite. D'une part, il faudrait diminuer le temps de retard des circuits de marquage et d'autre part mesurer avec une plus grande précision la valeur de la référence secondaire f'_{i0} [B II] de l'asservissement de la source wobulée.

Mais cette cause d'erreur qui est l'incertitude introduite par le système de mesure proprement dit, reste négligeable devant les erreurs expérimentales.

- l'erreur de pointé due à l'expérimentateur qui ne peut définir la position du spot de marquage à mieux que 0,5 ou 1 mm , ce qui ne permet pas de garantir une reproductibilité des mesures meilleure

que 5 kHz environ.

- Une autre cause d'erreur tient à la difficulté qu'il y a à définir précisément le sommet de la raie de transition. Etant donné la faible excursion du balayage de la radiofréquence, cette raie est très étalée et ne présente pas un maximum bien défini (Fig D 2). L'erreur qui en résulte peut être considérée comme au moins aussi importante que l'erreur de pointé due à l'expérimentateur. Il est difficile de réduire ces causes d'erreur qui peuvent être considérées comme la limite de résolution de l'appareillage. Tout au plus, pourrait-on avoir une légère amélioration en augmentant la résolution de la cellule du spectromètre et en limitant l'élargissement de la raie à la largeur Doppler.

Il faut enfin signaler une cause d'erreur qui peut être facilement supprimée, mais qui, si l'on ^{n'}y prend garde introduit des erreurs dix fois supérieures aux précédentes. Une fréquence de transition d'un gaz correspond à l'absorption de la fréquence microonde correspondante, ce qui peut encore être considéré comme une modulation d'amplitude. Or il existe de nombreuses sources parasites de modulation d'amplitude du signal, en particulier celles dues au TOS. Il peut en résulter une déformation de la raie en forme vraie et le maximum mesuré ne correspond plus alors à la fréquence centrale de la raie. C'est pourquoi dans le cas où l'on ne peut s'affranchir du TOS par une adaptation convenable des diodes dé-

tectrices, on doit utiliser un système de filtrage optimum du signal, qui élimine l'ondulation basse fréquence due au TOS, sans toucher aux hautes fréquences du signal qui contribuent à affiner la raie.

En conclusion, nous pouvons dire que l'adaptation du wobulateur comme source d'un spectromètre hertzien permet d'améliorer la précision des mesures de celui-ci. Il semble que cette précision soit limitée maintenant par la définition même des raies correspondant aux fréquences de transition et par la limite de résolution du spectromètre et non plus par l'ensemble de mesure de fréquence.

II - Amélioration de la définition des raies noyées dans le bruit

Les résultats précédents sont valables tant que l'intensité des raies de transition reste suffisamment importante pour que l'on puisse négliger l'influence du bruit. Mais pour les gaz, présentant des transitions de faible intensité, la forme des raies est détériorée par la présence de bruit; leur définition est de moins en moins bonne et la précision des mesures décroît d'autant.

Le bruit intervient de deux façons:

- par le bruit de fréquence de la source microonde
- par le bruit d'amplitude de la source microonde et du spectromètre.

II.1 - Influence du bruit de la source microonde

Dans le cas d'un spectromètre fonctionnant avec une source microonde non stabilisée, le bruit prépondérant, due à la source, était le bruit en fréquence qui se traduisait par une instabilité de la trace sur l'oscilloscope de mesure, par une instabilité relative des raies de transition par rapport aux marqueurs de fréquence et par une déformation continue de la trace d'observation qui ne permettait pas de localiser précisément les raies de transition.

Dans le cas d'un spectromètre fonctionnant avec un wobulateur plus stable en fréquence, le problème se présente sous un aspect différent. La trace d'observation est parfaitement stable et ne se déforme pas. Les positions relatives de la raie de transition et du marqueur représentant la radiofréquence mesurée sont bien définies. Par contre, on n'observe pas une trace bien définie, mais une multitude de traces légèrement différentes qui se superposent. Le bruit prépondérant dans ce cas est un bruit d'amplitude.

On peut l'expliquer de la façon suivante. Les perturbations affectant le klystron et qui varient relativement lentement devant le temps de réponse de l'asservissement sont bien corrigées et leur effet peut être considéré comme nul. Mais il existe en outre des perturbations plus rapides et aléatoires affectant perpétuellement la source asservie. On peut considérer que l'asservissement n'at-

teint jamais son régime définitif et ce sont les réponses transitoires qui sont à l'origine du bruit observé. En d'autres termes, la correction élaborée par l'asservissement est aléatoire et affectée d'un certain retard par rapport aux perturbations; on peut donc la considérer comme une modulation parasite du signal.

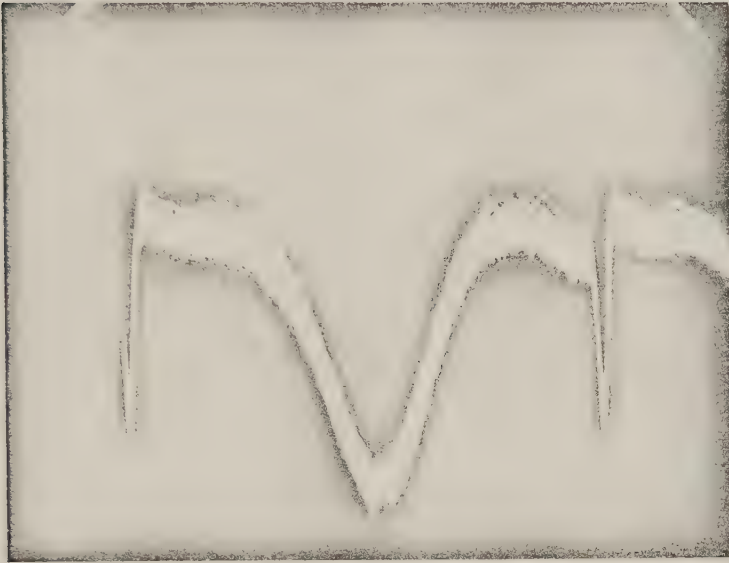
Plusieurs solutions permettent d'éliminer d'influence de ce bruit. Dans les essais actuellement conduits pour tester les performances de l'appareillage, ce bruit a été assimilé aux bruits d'amplitude d'origines diverses affectant le signal détecté en bout de cellule et traité comme tel dans un supprimeur de bruit. Cette méthode est efficace comme en témoignent les figures (D 2, D 3) représentant la même raie avant et après passage dans un supprimeur de bruit, mais pour des raisons que nous exposerons au paragraphe suivant, il semble préférable de s'en affranchir d'une autre manière.

Le bruit introduit par la source provient presque essentiellement de la grande sensibilité microphonique du klystron. La solution la plus simple consiste à essayer d'éviter ces perturbations en réalisant une isolation phonique et thermique de la source microonde asservie.

On sait d'autre part que la méthode du filtrage optimum de Wiener permet d'élaborer des filtres prédicteurs, en ce sens qu'ils élaborent avec une certaine avance la sortie correspondant à une entrée aléatoire. On peut alors penser remplacer les

FIG D 2 : Raies de transition $J_{13} \cdot K_{13}$

a) Observation directe

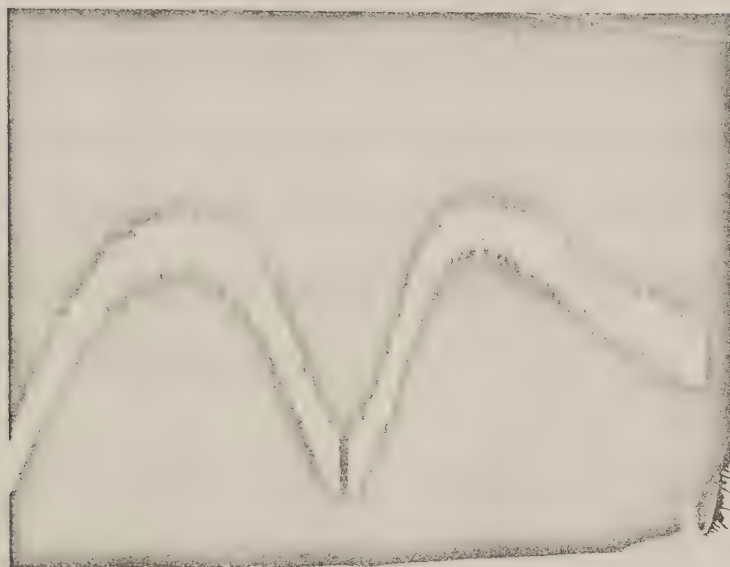


b) Après suppression du bruit

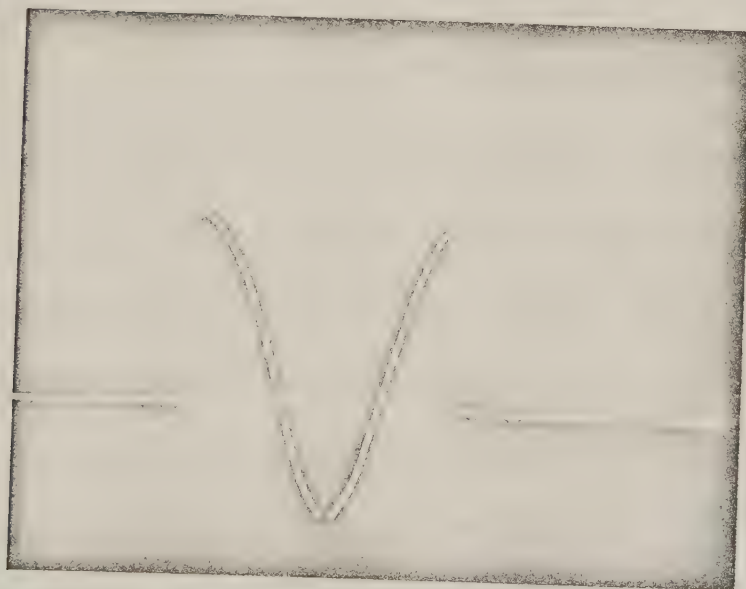


FIG D.3 : Raies de transition J_{13} - K_{13} et marqueurs

a) Observation directe



b) Après suppression du bruit



filtres classiques de l'asservissement en phase par de tels filtres prédicteurs qui élaboreraient une correction compensant exactement dans le temps la perturbation aléatoire d'entrée. Cette solution qui n'est qu'une manière sophistiquée de supprimer le bruit par action intégrale n'a pas été essayée. On remarquera cependant qu'elle suppose pour les perturbations aléatoires des propriétés de stationnarité et d'ergodicité qui ne sont pas toujours réalisées pour le bruit microphonique.

II.2 - Emploi de supprimeurs de bruit à action intégrale

Il existe de nombreuses autres sources de bruit dont l'origine est difficile à analyser et qui semblent provenir des éléments hyperfréquences du spectromètre, de variations d'absorption de la cellule, du bruit des diodes détectrices, et de l'amplification à faible niveau requise en bout de cellule.

Ce bruit est faible en valeur absolue, mais il peut être de l'ordre de grandeur des plus faibles transitions de certains gaz.

On essaye de s'en affranchir par l'utilisation de supprimeurs de bruit à action intégrale, dont l'emploi est possible ici dans de bonnes conditions lorsque la synchronisation est effectuée sur le spot de marquage wehnelt de l'oscilloscope d'observation. On remarquera dans ce cas qu'il est nécessaire d'introduire le marquage de la radiofréquence directement sur le signal affecté de bruit

par addition de l'impulsion d'extinction wehnelt par exemple, pour éliminer d'influence du retard introduit par le supprimeur de bruit.

Les résultats obtenus sur une raie d'ammoniac volontairement noyée dans le bruit démontrent que l'on peut ressortir la raie du bruit, ceci sans introduire d'erreurs supplémentaires sur la mesure, ce qui permet de bénéficier de l'amélioration de la précision des mesures indiquée précédemment.

III - Conclusion

Les résultats précédents indiquent que l'utilisation du spectromètre associé au wobulateur réalisé permet une amélioration de la précision des mesures de fréquence en spectrométrie hertzienne, amélioration qui est suffisante dans le cadre du spectromètre actuel, puisqu'il semble que la précision soit maintenant limitée par la définition du maximum des raies de transition et par la résolution du spectromètre.

On gagnerait cependant à augmenter l'amplitude du balayage autour de la radiofréquence centrale ce qui faciliterait la recherche et l'identification des différentes transitions avant leur mesure.

Il est plus difficile de conclure au sujet du bruit. En effet, si l'influence du bruit de fréquence introduit par la source microonde a été diminuée, le bruit d'amplitude reste important.

Cependant le système de mesure réalisé permet d'utiliser des appareils supprimeurs de bruit dans de bonnes conditions, ce qui fait bénéficier de l'amélioration de la précision des mesures, même pour des transitions de faible intensité.

Il semble pourtant que l'on aurait intérêt à diminuer les perturbations microphoniques au niveau de la source microonde par une bonne isolation phonique. L'amélioration du rapport du signal sur bruit qui en résulterait, faciliterait la recherche des raies de faible intensité, recherche qui est longue et fastidieuse si l'on doit utiliser les supprimeurs de bruit.

CONCLUSION

Nous avons réalisé un wobulateur microonde destiné à servir de source dans les applications nécessitant un faible niveau de puissance, mais une excellente définition et une grande pureté spectrale du signal. A ce wobulateur est associé un système simple de mesure de fréquence.

La réalisation de ce wobulateur fait appel à la technique des asservissements en phase. On montre en effet que ce type d'asservissement confère aux oscillateurs asservis la fréquence exacte des signaux de référence, donc aussi leur stabilité et leur spectre de fréquence.

Le principe du wobulateur consiste à balayer en fréquence le signal microonde autour d'une radiofréquence centrale synthétisée à partir d'un oscillateur pilote et reportée dans les bandes hyperfréquences par deux asservissements de phase en cascade. Ces asservissements sont à deux entrées ce qui permet en utilisant comme référence secondaire un synthétiseur de fréquence et un oscillateur classique wobulé de réaliser à la fois un réglage fin de la radiofréquence centrale et la wobulation du signal microonde. Les fréquences du pilote et du synthétiseur étant connues, la mesure d'une fréquence microonde se ramène pratiquement à la mesure par un simple fréquencemètre des fréquences

de l'oscillateur wobulé. On introduit sur le signal microonde un marqueur repérant la radiofréquence mesurée. Afin de donner au wobulateur et au système de mesure les performances recherchées, les asservissements en phase sont pilotés par un quartz de très haute stabilité lui-même asservi sur un étalon de fréquence atomique.

Les principales caractéristiques de ce wobulateur sont les suivantes :

- fonctionnement sur toute l'étendue des bandes 8 et 4 mm de longueurs d'onde avec une résolution minimale inférieure à 100 Hz
- possibilité d'interpolation permettant un réglage continu de la valeur de la radiofréquence
- balayage sinusoidal ou en dent de scie de la radiofréquence avec une amplitude de l'excursion réglable de 1 à 2 MHz.

Le signal délivré par le wobulateur est caractérisé d'autre part par la haute définition et la pureté spectrale de sa fréquence instantanée: élimination des raies parasites d'oscillation, faible bruit en fréquence.

Le système de mesure de fréquence associé permet d'affirmer que la radiofréquence marquée est connue avec une incertitude meilleure que $0,5 \cdot 10^{-7}$ ce qui compte tenu des erreurs expérimentales de pointé conduit à une précision relative des mesures de fréquence de l'ordre de $1 \cdot 10^{-7}$.

Ce wobulateur est principalement destiné à servir de source dans les appareillages d'étude en microonde de phénomènes fins liés à la fréquence. Il est actuellement utilisé au laboratoire de Radioélectricité de la Faculté des Sciences de Dijon en association avec un spectromètre hertzien vidéo servant à la mesure des fréquences des transitions de rotation des gaz à symétrie C_{4v} .

L'utilisation de ce wobulateur a effectivement permis d'améliorer les performances du spectromètre. La précision des mesures de fréquence semble désormais limitée, non plus par l'appareillage hyperfréquence, mais par la définition des raies elles-mêmes et par la résolution du spectromètre. L'emploi du wobulateur a également pour effet de diminuer le bruit de fond de l'appareillage, en particulier le bruit en fréquence du à la source. Une réduction notable du bruit d'amplitude peut aussi être obtenue par l'utilisation d'appareils supprimeurs de bruit que le principe du wobulateur permet de synchroniser efficacement. Il en résulte une meilleure définition des raies, principalement pour les transitions de faible intensité. Ainsi la précision expérimentale des mesures de fréquence, pour des transitions situées dans la bande des 4 mm, atteint 3 kHz.

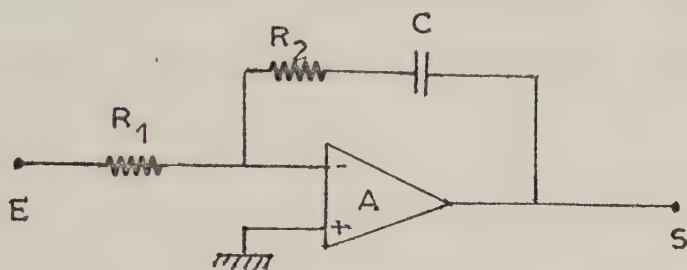
L'appareillage que nous avons réalisé fonctionne parfaitement et répond bien aux exigences que nous nous étions imposées. Mais si ce travail devait être poursuivi, il nous semblerait préférable d'étendre l'emploi du wobulateur à d'autres longueurs

d'onde . en recherchant une plus grande facilité de mise en oeuvre,
plutôt que de s'attacher à l'amélioration des performances du sys-
tème de mesure qui deviendrait vite illusoire.

ANNEXE I

Fonction de transfert d'une boucle du second ordre à filtre actif

La compensation intégrale de phase est réalisée par un filtre actif mettant en jeu un amplificateur opérationnel à grand gain.



La fonction de transfert d'un filtre s'écrit :

$$F(p) = \frac{A(1 + pCR_2)}{1 + pCR_2 + (1-A)pCR_1} = \frac{A(1 + p\zeta_2)}{1 + p\zeta_2 + (1-A)p\zeta_1}$$

en définissant les constantes de temps : $\zeta_1 = R_1C$ et $\zeta_2 = R_2C$

Si le gain A de l'amplificateur est très grand, la fonction de transfert du filtre présente une intégration (Fig A8) :

$$F(p) = - \frac{1 + p\zeta_2}{p\zeta_1}$$

La fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement présente alors deux intégrations :

$$\frac{\mathcal{O}_s(p)}{\mathcal{O}_f(p)} = K_V \frac{1 + p\zeta_2}{p^2 \zeta_1}$$

Et les erreurs de position et de trainage correspondant à des entrées échelon ou rampe seront nulles.

La fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement est :

$$H(p) = \frac{2\zeta_2 \omega_n p + \omega_n^2}{p^2 + 2\zeta_2 \omega_n p + \omega_n^2}$$

et $\zeta_2 = \frac{\zeta_2}{2} \omega_n$

avec $\omega_n = \sqrt{\frac{K_V}{\zeta_1}}$

ANNEXE II

Lieu d'Evans d'une boucle du second ordre à filtre passif

Soit un système asservi à retour unitaire dont la fonction de transfert en boucle ouverte est $kG(p)$. La fonction de transfert en boucle fermée est $H(p) = kG(p) / (1 + kG(p))$ et l'équation caractéristique associée $1 + kG(p) = 0$.

Le lieu d'Evans est le lieu des pôles de $H(p)$ quand k varie de 0 à l'infini.

Pour une boucle du second ordre à filtre passif, on a les valeurs particulières :

$$G(p) = \frac{F(p)}{P} = \frac{1 + p\zeta_2}{[1 + p(\zeta_1 + \zeta_2)]P}$$

et l'équation caractéristique est :

$$k(1 + p\zeta_2) + p[1 + p(\zeta_1 + \zeta_2)] = 0$$

a) Points de départ du lieu

Ce sont les pôles de $H(p)$ pour $k = 0$, soit les pôles de

$G(p)$:

$$D \left\{ \begin{array}{l} \sigma = 0 \\ j\omega = 0 \end{array} \right. \quad C \left\{ \begin{array}{l} \sigma = -\frac{1}{\zeta_1 + \zeta_2} \\ j\omega = 0 \end{array} \right.$$

b) Points d'arrivée du lieu

Ce sont les pôles de $H(p)$ pour $k \rightarrow \infty$, soit les zéros

de $G(p)$:

$$O \left\{ \begin{array}{l} \sigma = -\frac{1}{\zeta_2} \\ j\omega = 0 \end{array} \right.$$

c) Directions asymptotiques

Quand le gain k tend vers l'infini, certaines branches du lieu peuvent s'éloigner à l'infini asymptotiquement à certaines directions. Soit m pôles et n zéros pour $G(p)$; les $(m-n)$ directions asymptotiques font entre elles les angles : $\theta = \frac{\pi}{m-n}$

Ici la seule direction asymptotique est l'axe réel.

d) Points où le lieu quitte l'axe réel

Ces points correspondent aux valeurs de k pour lesquelles les racines de l'équation caractéristique cessent d'être réelles.

Si $G(p) = P(p)/Q(p)$, ces points vérifient la relation:

$$\frac{\frac{dP}{d\sigma}}{P} = \frac{\frac{dQ}{d\sigma}}{Q}$$

On trouve deux points A et B tels que $\sigma_A = \sigma_B = -\frac{1}{\tau_2} \left(1 \pm \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_2}} \right)$
symétriques par rapport au point $\sigma_0 = -\frac{1}{\tau_2}$

On peut montrer que la portion du lieu correspondant aux pôles imaginaires est un cercle centré au point O, et coupant l'axe réel aux points A et B conjugués harmoniques des points C et D définis précédemment. Le rayon de ce cercle est $R = \frac{1}{\tau_2} \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_2}}$

La région où le point représentatif du lieu est complexe correspond aux valeurs k du gain pour lequel l'amortissement de la boucle est inférieur à l'unité, c'est à dire aux valeurs de k comprises entre k_A et k_B telles que :

$$k_A = k_B = \frac{(2\tau_1 + \tau_2) \pm 2\sqrt{\tau_1(\tau_1 + \tau_2)}}{\tau_2^2}$$

d) Valeur minimale de l'amortissement

On sait que la valeur ζ de l'amortissement de la boucle pour une valeur k du gain correspondant à un point M du lieu d'Evans est donné par :

$$\zeta = \arcsin \Psi \quad \text{où} \quad \Psi \text{ est l'angle}(\vec{j\omega}, \vec{DM})$$

Ψ prend une valeur minimum lorsque la direction DM est tangente au cercle représentatif du lieu. La valeur minimum de l'amortissement est alors :

$$\zeta_{\min} = \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_2}} \quad \text{avec} \quad \omega_{n_{\zeta_{\min}}} = \frac{1}{\sqrt{\tau_2(\tau_1 + \tau_2)}} \quad \text{et} \quad k_{\zeta_{\min}} = \frac{1}{\tau_2}$$

ANNEXE III

Expression théorique de la plage de décrochage transitoire

La plage de décrochage transitoire étant le pas maximum de fréquence toléré par l'asservissement pour qu'il suive cycle par cycle la référence, on peut calculer son expression à partir des hypothèses suivantes.

On calcule la réponse de phase $\theta_e(t)$ à un échelon de fréquence $\Delta\omega$ et la valeur maximum $\theta_e(t)_{\max}$ de cet écart dans le cas d'une boucle du second ordre à compensation intégrale. Sachant que la boucle décroche ou saute des cycles dès que $\theta_e(t)$ devient supérieur à $\left|\frac{\pi}{2}\right|$, on en tire l'expression de $\Delta\omega p_0$.

Pour $\zeta \leq 1$, l'erreur transitoire de phase $\theta_e(t)$ due à un pas de fréquence $\Delta\omega$ s'écrit :

$$\theta_e(t) = \frac{\Delta\omega}{\omega_n} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \sqrt{1-\zeta^2} \omega_n t \right) e^{-\zeta \omega_n t}$$

L'écart $\theta_e(t)_{\max}$ de phase est donné par $\theta_e'(t) = 0$ qui se ramène à l'équation:

$$\cos \sqrt{1-\zeta^2} \omega_n t = \zeta \sin \sqrt{1-\zeta^2} \omega_n t$$

dont une solution évidente est :

$$\zeta = \cos \sqrt{1-\zeta^2} \omega_n t$$

On a alors :

$$\theta_e(t)_{\max} = \frac{\Delta\omega}{\omega_n} e^{-\zeta \omega_n t}$$

et l'expression de la plage de décrochage transitoire est donnée par :

$$\theta_e(t)_{\max} = \frac{\pi}{2} = \frac{\Delta\omega p_0}{\omega_n} e^{-\zeta \omega_n t}$$

Soit :

$$\Delta \omega_{p_0} = \frac{\pi}{2} \omega_n e^{-\xi \omega_n t} \quad \text{avec} \quad \xi = \cos \sqrt{1 - \xi^2} \omega_n t$$

$$\text{ou si } 0 \leq \xi \leq 1 \quad \Delta \omega_{p_0} = \frac{\pi}{2} \omega_n e^{\frac{\theta}{\sqrt{1 - \xi^2}}} \quad \text{avec } \xi = \cos \theta$$

dont on peut tirer l'expression approchée

$$\Delta \omega_{p_0} = \frac{\pi}{2} \omega_n (1 + k \xi) \quad 1 < k < 1,57$$

ANNEXE IV

Réponse des Compérateurs de phase

Le schéma de principe des comparateurs de phase utilisés dans les asservissements est donné par la figure (B.10)

On suppose que les entrées sont de la forme :

$$e_1 = E_1 \sin \omega t$$

$$e_2 = E_2 \cos (\omega t + \theta)$$

θ représente donc l'écart de phase entre les deux signaux à $\frac{\pi}{2}$ près.
La tension de sortie V_D peut être considérée comme la différence de deux tensions détectées V_A et V_B soit :

$$V_A = |e_1 + e_2| \quad \text{et} \quad V_B = |e_1 - e_2|$$

$$e_1 + e_2 = E_1 \sin \omega t + E_2 \cos (\omega t + \theta)$$

$$e_1 - e_2 = E_1 \sin \omega t - E_2 \cos (\omega t + \theta)$$

ce qui donne :

$$|V_A|^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \sin \theta$$

$$|V_B|^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1 E_2 \sin \theta$$

$$|V_A|^2 - |V_B|^2 = 4 E_1 E_2 \sin \theta$$

soit :

$$V_D = \frac{4 E_1 E_2 \sin \theta}{|V_A| + |V_B|}$$

a) Si l'on suppose $E_1 \gg E_2$, on peut admettre : $V_A \approx V_B \approx E_1$

et $V_D = 2E_2 \sin \theta$

b) Si $E_1 = E_2$, la réponse du comparateur est alors :

$$V_D = E \sqrt{2} \left[\sqrt{1 + \sin \theta} - \sqrt{1 - \sin \theta} \right] \text{ ou encore } V_D = 2E \sqrt{2} \sin \frac{\theta}{2}$$

C'est cette dernière solution qui a été choisie. En effet dans l'approximation linéaire qui consiste à assimiler le sinus et l'angle pour de faibles valeurs de ce dernier, les deux expressions précédentes sont équivalentes. Par contre le choix d'un fonctionnement avec $E_1 \neq E_2$ permet de doubler la plage d'accord de la phase ce qui améliore les réponses transitoires de l'asservissement.

ANNEXE V

Transmission par les multiplicateurs de fréquence des raies parasites de modulation affectant le spectre de puissance du signal

Parmi les diverses imperfections entachant le spectre d'un signal, il existe des raies parasites de modulation entourant la raie centrale d'oscillation. Celles-ci résultent principalement d'une modulation de fréquence du signal par des harmoniques ou sous harmoniques de la fréquence centrale mal atténués par les filtres ainsi qu'à une modulation à la fréquence du secteur.

Un signal affecté d'une telle modulation peut prendre la forme:

$$y(t) = A_0 \cos (\omega_0 t + \Delta \theta \cdot \sin pt)$$

ce qui peut ainsi s'écrire en mettant en évidence les raies de modulation :

$$y(t) = A_0 \left\{ \begin{array}{l} \cos \omega_0 t + J_1(\Delta \theta) [\cos(\omega_0 + p)t - \cos(\omega_0 - p)t] \\ \quad + J_2(\Delta \theta) [\cos(\omega_0 + 2p)t - \cos(\omega_0 - 2p)t] \\ \quad + \dots \end{array} \right.$$

où les $J_n(\Delta \theta)$ représentent les Fonctions de Bessel de 1er espèce.

L'action des multiplicateurs de fréquence sur un tel signal dépend du principe de multiplication utilisé.

a) Si la multiplication de fréquence est réalisée par des multiplicateurs de phase, c'est-à-dire si un signal d'entrée $y_e(t) = \cos \theta$ donne en sortie un signal $y_n(t) = \cos n\theta$, on aboutit au résultat :

$$y_n(t) = A_0 \left\{ \begin{array}{l} \cos n\omega_0 t + J_1(n\Delta \theta) [\cos(\omega_0 + p)t - \cos(\omega_0 - p)t] \\ \quad + J_2(n\Delta \theta) [\cos(\omega_0 + 2p)t - \cos(\omega_0 - 2p)t] \end{array} \right.$$

ce qui compte tenu des approximations classiques, indique que le spectre du signal de sortie comporte les mêmes raies que le spectre du signal

d'entrée. Seule l'amplitude des composantes parasites du signal est multipliée par le rang de multiplication.

b) Le principe de la multiplication de fréquence est de transformer un signal sinusoidal en une fonction plus complexe du temps dont on sélectionne l'harmonique désiré de la décomposition en série de Fourier.

En supposant $p \ll \omega_0$, il vient alors :

$$y_n(t) = A'_0 \left\{ \begin{aligned} &\cos n\omega_0 t + J_1(\Delta\theta) [\cos n(\omega_0 + p)t - \cos n(\omega_0 - p)t] \\ &+ J_2(\Delta\theta) [\cos n(\omega_0 + 2p)t - \cos n(\omega_0 - p)t] \\ &+ \dots \end{aligned} \right.$$

Dans ce cas, l'amplitude des raies de modulation reste constante, mais on a un étalement du spectre original.

Pratiquement, les multiplicateurs réalisés sont un compromis entre ces deux cas extrêmes du fait de l'allure exponentielle de la caractéristique de la jonction base-émetteur des transistors et de leur polarisation en classe C.

On admettra pratiquement et les spectres de puissance du klystron asservi le montrent bien que seule la première raie de modulation à 50 Hz reste importante.

ANNEXE VI

Erreur relative de fréquence due au bruit de phase

Soit $\Delta\phi$ la fluctuation instantanée de phase due au bruit et ΔF l'écart de fréquence résultant. On a montré que $\Delta\phi$ pouvait prendre la forme $\Delta\phi = \frac{y(t)}{A_0}$ où $y(t)$ est une fonction aléatoire stationnaire du second ordre telle que :

$$\overline{y(t)^2} = 4 kTR \Delta f = k^2 \frac{\Delta \omega}{2 \pi}$$

Il vient alors :

$$\overline{(2\pi \Delta F)^2} = \overline{\Delta \Omega^2} = \overline{\left(\frac{d\Delta\phi}{dt}\right)^2} = \frac{1}{A_0^2} \overline{\left(\frac{dy(t)}{dt}\right)^2}$$

Sachant que pour des fonctions aléatoires stationnaires du second ordre la variance s'identifie à la fonction d'autocorrélation pour

$\tau = 0$, tenant compte de la relation [BLA] :

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = - \frac{d^2 C_x(\tau)}{d\tau^2} \Big|_{\tau=0}$$

on peut écrire :

$$\begin{aligned} \overline{\left(\frac{dy(t)}{dt}\right)^2} &= - \frac{d^2 C_y(\tau)}{d\tau^2} \Big|_{\tau=0} = - \frac{d^2}{d\tau^2} \int_{-\infty}^{+\infty} |y(\omega)|^2 e^{-j\omega\tau} d\omega \Big|_{\tau=0} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 |y(\omega)|^2 d\omega \end{aligned}$$

en particulierisant $|x(\omega)|^2 = \frac{y(t)^2}{\Delta \omega} = k^2 \cdot \frac{1}{2 \pi}$

$$\text{et } \overline{\left(\frac{dy(t)}{dt}\right)^2} = \frac{k^2}{2 \pi} \int_{-\frac{\Delta \omega}{2}}^{+\frac{\Delta \omega}{2}} \omega^2 d\omega = \frac{k^2 \pi^2 \Delta f^3}{3}$$

il vient finalement :

$$\overline{\Delta F^2}^{1/2} = \overline{\Delta\phi^2}^{1/2} \frac{\pi \Delta f}{\sqrt{3}} = 2 \pi \overline{\Delta F^2}^{1/2}$$

et l'erreur relative de fréquence due au bruit de phase est :

$$\frac{\overline{\Delta F^2}^{1/2}}{f} = \frac{\Delta f}{2\sqrt{3} f} \overline{\Delta\phi^2}^{1/2}$$

ANNEXE VII

Temps de réponse du détecteur de zéro

Le détecteur de zéro est un amplificateur opérationnel à grand gain fonctionnant en équarrisseur. La sortie est saturée dès que la tension d'entrée dépasse une valeur seuil très faible. Si nous supposons que les décalages des courants et tensions d'entrée de l'amplificateur sont parfaitement compensés, le temps de réponse du détecteur de zéro est le temps que met la rampe d'entrée (dent de scie de fréquence f_m et d'amplitude V_m) pour passer d'une tension nulle à la tension seuil, soit :

$$\tau = \frac{V_D}{V_m G f_m}$$

V_D étant l'excursion de la tension de sortie et G le gain de l'amplificateur. Ce raisonnement n'est valable que tant que la pente de la rampe d'entrée reste inférieure à la vitesse de croissance de la tension (slew-rate) du circuit considéré. C'est toujours le cas pour les faibles valeurs de la fréquence f_m de balayage que nous utilisons.

Si nous supposons maintenant que les tensions de décalage ne sont qu'imparfaitement corrigées, il faut tenir compte du temps nécessaire pour rattraper ce décalage, qui conduit à un retard de la forme:

$$\tau = \frac{V_c}{V_m G f_m}$$

terme qui peut être facilement négligé puisque V_c , tension de décalage en sortie après correction est toujours faible devant V_D .

Finalement le temps de réponse du détecteur de zéro

est de la forme :

$$\tau = \frac{K}{f_m}$$

avec dans les conditions nominales $K = 10^{-4}$, si $V_D = V_m = 12$ Volts
et $G_{\min} = 10^4$.

Par exemple pour un balayage à la fréquence du secteur, le temps de réponse maximum calculé est de $2 \mu s$.

DOSSIER TECHNIQUE

I - MULTIPLICATEURS DE FREQUENCE

1) Doubleur 5 à 10 MHz

Tension d'entrée 0,5 V à 5 MHz sous 50 Ohms

Tension de sortie $\geq 0,5$ V à 10 MHz sous 50 Ohms

Alimentation 12 V_{cc}

2) Multiplicateur 1 à 9 MHz

Tension d'entrée 0,5 V à 1 MHz sous 50 Ohms

Tension de sortie $\geq 0,5$ V à 9 MHz sous 50 Ohms

Alimentation -12 V_{cc}

3) Multiplicateur par 10

Tension d'entrée 0,5 V à 9 ou 10 MHz

Tension de sortie ≥ 2 à 3 V à 90 ou 100 MHz sous 50 Ohms

Alimentation -28 V_{cc}

II - ASSERVISSEMENT DU KLYSTRON RELAIS

1) Oscillateur relais

Oscillateur Férisol OS 401 équipé d'un klystron 5836

Puissance de sortie ≥ 50 mW dans la gamme de 2 à 4,3 GHz

Sensibilité de modulation 0,1 à 0,3 MHz/volts

Alimentation de l'oscillateur: Alimentation Férisol SCF 201

Modification du brochage du connecteur d'alimentation de l'oscillateur OS 401

La broche 2 est réunie au point milieu du potentiomètre de réglage de la tension réflecteur (R 27)

La broche 3 est reliée au réflecteur du klystron 5836

2) Générateur d'harmoniques-mélangeur

Modèle Hewlett - Packard 934A équipé d'un cristal
multiplicateur 1N416B et d'un cristal mélangeur 1N21B

3) Amplificateur moyenne fréquence

Modèle RHG EVT 30

Fréquence centrale 30 MHz - Bande passante ≥ 10 MHz à -3db

Gain IF en db : 80

Figure de bruit 4db

Contrôle automatique de gain 50 db

Alimentation $12 V_{cc}$, 160 mA

4) Limiteur IF

Fréquence centrale 30 MHz - Bande passante ≥ 10 MHz

Saturation 0,9 V efficaces en sortie sous 50 Ohms

Alimentation $- 12 V_{cc}$

5) Comparateur de phase

Tension d'entrée maximum sur l'entrée ampli IF: 1Vrms

Tension d'entrée maximum sur l'entrée référence
secondaire : 0,5 Vrms

Gain du comparateur pour des entrées typiques de 0,5Vrms
et 0,25 V : $K_d = 1,5$ Volts/radian

Bande passante des circuits IF ≥ 9 MHz

Bande passante du circuit de sortie du comparateur
 $\geq 0,5$ MHz à -3db

Gain de l'amplificateur différentiel de sortie : 5

6) Référence secondaire

Synthétiseur de fréquence Rohde et Schwarz ND 30M

Fréquence maximum 31 MHz - Pas minimum de fréquence 10 Hz

Doubleur large bande à 30 MHz

Niveau d'entrée sous 50 Ohms : 0,25 V rms

Niveau de sortie sous 50 Ohms $> 0,5$ V rms

Bande passante du circuit de sortie à - 3db : 26,5 à 34 MHz.

III - ASSERVISSEMENT DU KLYSTRON SOURCE

1) Générateurs microondes

- Bande Q : Klystron Philips 55 335 (31 à 37 GHz)

Puissance de sortie ≥ 100 mW

Bande d'accord électronique 60 MHz

- Bande E : Klystron Philips YK 1010 (67 à 73 GHz)

Puissance de sortie 40 mW minimum

Bande d'accord électronique 100 MHz

Sensibilité de modulation de fréquence 1 MHz/Volts

2) Alimentation des klystrons

Alimentation stabilisée Philips type PP 4485/02

3) Asservissement du klystron source

Synchronisateur DYMEC 2650A

Modifications réalisées :

- Suppression du générateur d'harmoniques-mélangeur 934 A (les battements à 30 MHz attaquent soit directement l'amplificateur IF, soit un préamplificateur IF).
- Référence secondaire: oscillateur extérieur à 30 MHz modulable en fréquence par diode Varicap

IV - SYSTEME DE MODULATION ET DE MARQUAGE

Entrée : Dent de scie croissante-Amplitude 60V-Fréquence 50Hz
: Sinusoidale

Sorties : 1 sortie modulation Varicap -Amplitude 8, 4, 2 Volts

1 sortie modulation Wehnelt :

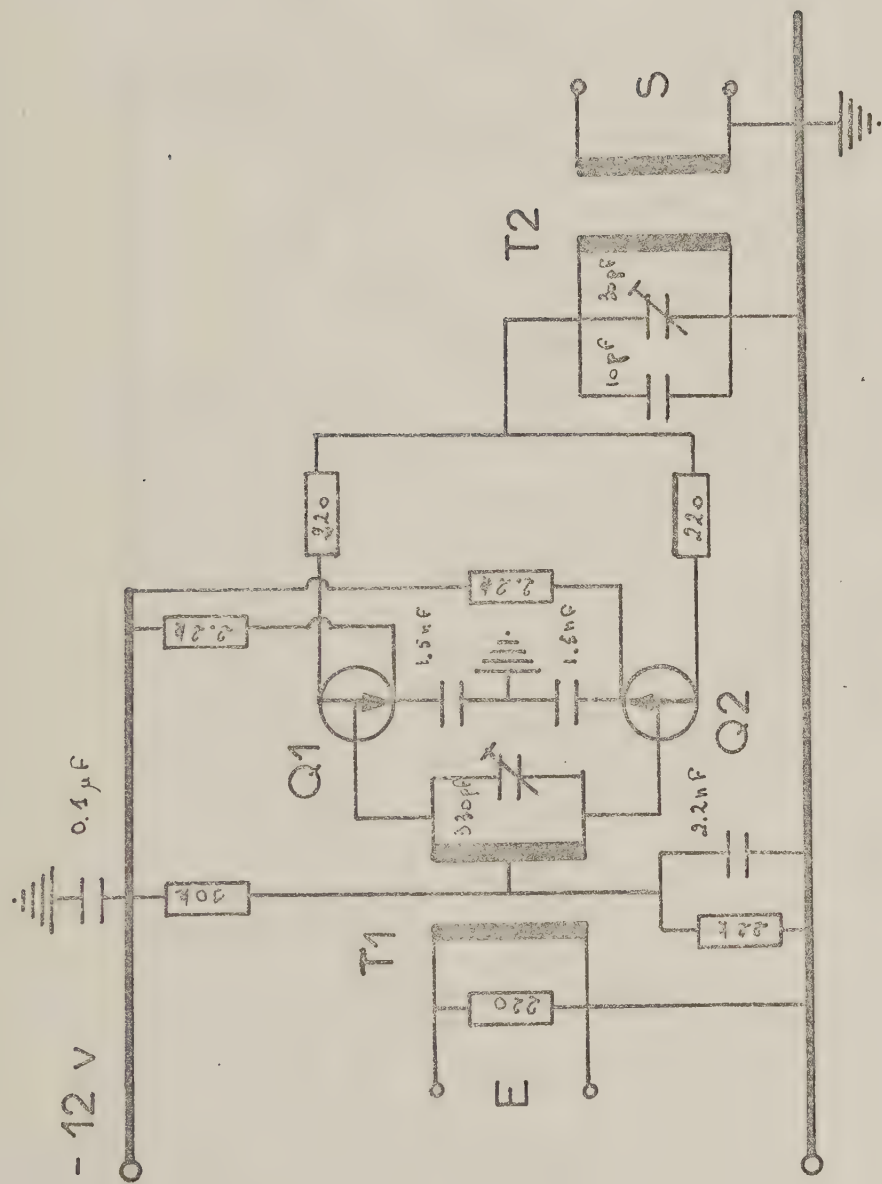
impulsion négative -28 Volts

Durée 50, 100, ou 200 μ s

BIBLIOGRAPHIE

- [BEN 1] BENJAMINSON (A) , Phase-locking Microwave Oscillators to improve stability and frequency modulation, the Microwave Journal, January 1963 , pp 88-92. .
- [BEN 2] BENJAMINSON (A), Microwave Oscillator System with 0,1cps stability, the Microwave Journal, December 1964, pp 65-69.
- [BLA] BLANC-LAPIERRE (A) et PICINBONO (B), Propriétés statistiques du bruit de fond, Masson et Cie, Paris , 1961.
- [CHA] CHANUSSOT (J) , Thèse de Doctorat, Dijon, 1970.
- [GAR] GARDNER (F.M), Phaselock techniques, John Wiley and Sons, New York , 1966.
- [GIL] GILLE, DECAULNE et PELEGRIN , Théorie et calcul des asservissements linéaires, Dunod, Paris, 1967.
- [GRI] GRIVET (P) et BLAQUIERE (A), le Bruit de Fond, Masson et Cie, Paris , 1958.
- [GRO] GROSLAMBERT (J), Etude expérimentale du bruit propre des chaines de multiplication de fréquence à varactors, Besançon, 1969.
- [GRU] GRUEN (W.J), Theory of AFC synchronisation, Proc IRE, Vol 41, August 1953, pp 1043-1048.
- [HAM] HAMILTON, KNIPP, KUPPER, Klystrons and Microwaves triodes, MIT Radiations Laboratory Series, Chap 17, Mac Graw Hill, 1948.

- [LAB] LABIN (E), Théorie de la synchronisation par contrôle de phase, Philips Res Respts, Aout 1949.
- [LEE] LEENOV, ULHIR, PIRE, 1959, pp 1724.
- [LEY] LEY (R), Synchronisation en phase d'un oscillateur, Annales de Radioélectricité, Tome XIII, Juillet 1958, pp 212-223.
- [OLI] OLIVIER (M), Analyseur de spectre de Maser, Thèse de Doctorat, 1964.
- [PAG] PAGE (Ch), Frequency conversion with non linear resistance J. of Reseach of the National Bureau of Standart.
- [REY] REY (TJ), Automatic Phase Control, Theory and Design, Proc IRE, Vol 48 , October 1960, pp 1760-1771.
- [TRU] TRUXAL (J.G), Automatic Feedback Control System Synthesis, Chap 4 , Mac Graw Hill, New York, 1955.
- [VIT] VITERBI (A.J), Acquisition and Tracking Behavior of Phase-locked Loops, JPL External Pub N° 673 , July 14, 1959.



Mandarin ferrite 9 mm

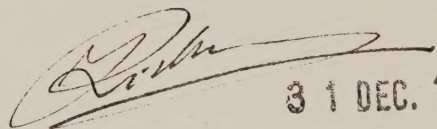
Mandrin ferrite 7 mm

THESE DE DOCTEUR-INGENIEUR

Monsieur CANNARD Jean-Michel

Vu et permis d'imprimer
(CF décret n° 67.750 du 29.08.1967)

Le Président de l'Assemblée Constitutive
provisoire de l'Université :



31 DEC. 1970

Monsieur le Doyen RICHARD

